

Treball Fi de Carrera d'Enginyeria Electrònica

# Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THZ: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

Autora: Lúdia Baella Martínez  
Director: Xavier Oriols Pladevall  
Data: Setembre 2007

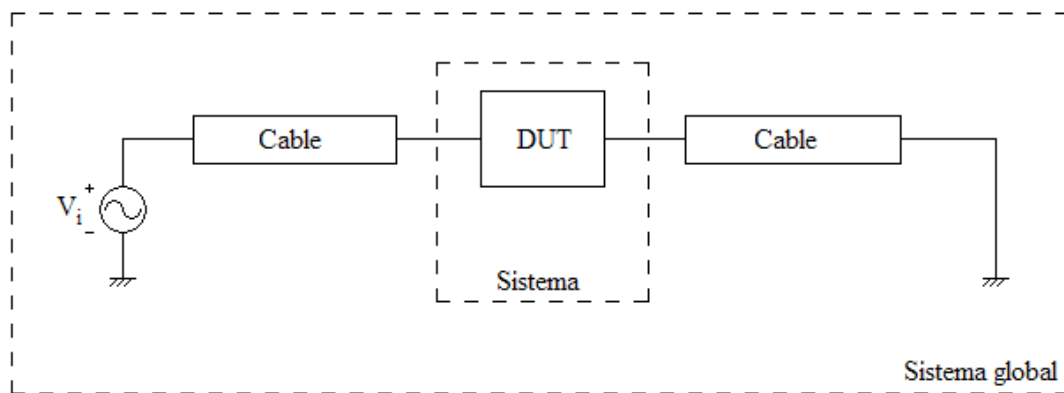
## Índex

1	Objectius.....	2
2	Introducció als dispositius nanoelectrònics .....	4
2.1	De la microelectrònica a la nanoelectrònica.....	4
2.1.1	Llei de Moore .....	4
2.1.2	Evolució de la microelectrònica. Reducció de tamany dels dispositius ...	6
2.1.3	Límits del transistor MOSFET .....	8
2.2	Dispositius electrònics a freqüències a prop del THz.....	9
2.2.1	Espectre electromagnètic i les raons del GAP de THz.....	9
3	Transport quàntic a freqüències de THz.....	12
3.1	Corrent quàntic en sistemes variables en el temps .....	12
3.2	Driven Tunneling Device (DTD) .....	17
3.2.1	Antecedents .....	17
3.2.1.1	Dispositius de doble barrera .....	17
3.2.1.2	Dispositius de THz .....	19
3.2.2	Característiques i funcionament del DTD .....	19
3.2.3	Aplicacions .....	20
4	Descripció de la propagació electromagnètica en cables coaxials .....	22
4.1	Propagació transversal electromagnètica en cables ideals .....	22
4.1.1	Ones TEM com a solució de les equacions de Maxwell .....	23
4.1.2	Cable coaxial .....	26
4.2	Propagació transversal electromagnètica en cables reals .....	31
4.2.1	Pèrdues del dielèctric.....	31
4.2.2	Pèrdues en el conductor.....	34
5	Resolució de la propagació electromagnètica amb diferències finites.....	37
5.1	Model de paràmetres distribuïts .....	37
5.1.1	Model de paràmetres distribuïts sense pèrdues .....	37
5.1.2	Limitacions del model distribuït: freqüència de Bragg .....	39
5.1.2.1	Exemple freqüència de Bragg .....	41
5.1.3	Model de paràmetres distribuïts amb pèrdues .....	42
5.2	Descripció del algoritme de diferències finites .....	45
5.2.1	Sistemes de equacions .....	45
5.2.2	Resolució matricial del sistema acoblat.....	51
5.3	Implementació en Fortran.....	55
5.3.1	Resolució FORTRAN per a exemples concrets .....	57
5.3.1.1	Línia de transmissió ideal.....	57
5.3.1.2	Línia de transmissió real.....	59
5.3.1.3	Línia de transmissió ideal més DTD .....	62
5.3.1.4	Línia de transmissió real més DTD.....	65
6	L'efecte de les connexions en el transport electrònic a freqüències de THz.....	68
6.1	Sistema global sense pèrdues .....	69
6.2	Sistema global amb pèrdues .....	74
7	Conclusions .....	78
	Annex A: Resolució matricial per a un exemple concret .....	80
	Annex B: Codificació programa FORTRAN .....	82
	Annex C: Taules de valors per a les gràfiques .....	94

## 1 Objectius

L'objectiu d'aquest treball és avaluar quin és l'efecte de les connexions en el comportament de dispositius nanoelectrònics a freqüències al voltant del THz. A baixes freqüències les connexions no juguen un paper important, ja que el voltatge i el corrent al llarg de les connexions adquireixen “instantàniament” els valors dels dispositius. Però en el rang de freqüències que nosaltres hem estudiat sí que tenen un paper rellevant, degut a que la velocitat de propagació dels senyals electromagnètics,  $c$ , en el cable no és infinita, sinó que és menor o igual a la velocitat de la llum  $c \leq c_o \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  i, per tant, el valor del voltatge i del corrent no adquireixen “instantàniament” els valors dels dispositius.

De manera que quan la freqüència del senyal és comparable a la inversa del temps que necessita el senyal electromagnètic per recórrer el cable, llavors la descripció del corrent i la tensió en les connexions comença a ser important. La condició anterior es pot expressar també en funció de la distància. Per assegurar el paper irrellevant de les connexions, la longitud del cable  $W$  ha de ser molt més petita que la longitud d'ona del senyal electromagnètic,  $W \ll \lambda$ . En el nostre cas, per a freqüències al voltant del THz, la longitud d'ona del senyal és d'unes  $300 \mu\text{m}$ , per tant la longitud del cable ha de ser 100 vegades més petita per assegurar que les connexions juguen un paper irrellevant. En resum, per a freqüències de 1 THz i per a cables amb longituds superiors a la micra, la propagació electromagnètica en el cable és rellevant i el cable passa a ser part del sistema “actiu” que descriu les característiques elèctriques.



**Figura 1.1:** Representació esquemàtica del conjunt del sistema.

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

De manera que en el nostre treball no estudiarem simplement la regió activa del dispositiu, que anomenarem sistema, sinó que com és mostra en la figura 1.1 el nostre estudi es centra en el sistema global, això és el dispositiu i les connexions. En particular, aquest estudi global l'hem centrat en un nou concepte de dispositiu anomenat DTD (Driven Tunneling Device) elaborat en el departament d'Enginyeria Electrònica de la UAB per al DUT de la figura 1.1. Aquest dispositiu DTD està pensat per a treballar a freqüències de THz. Per altre banda, hem fet servir el model de paràmetres distribuïts per al cable per a estudiar les propagacions de modes TEM (transversal electromagnètic) , i les hem tractat amb i sense pèrdues.

Per abordar el problema del cable és necessari recórrer al conjunt de totes les equacions de Maxwell, no només la de Poisson, ja que el camp magnètic és important en el cable. Per simplificar l'estudi hem passat del camp elèctric i magnètic, al potencial escalar i potencial vector, i d'aquí, suposant que tenim propagació TEM, hem passat al corrent i la tensió al llarg de la direcció de propagació, de manera que hem reduït notablement la complexitat del problema de l'estudi electromagnètic en el cable.

Hem desenvolupat un programa que amb l'algoritme de diferències finites soluciona el conjunt d'equacions a resoldre per descriure el sistema mencionat en la figura 1.1. Aquest programa s'ha desenvolupat en llenguatge FORTRAN.

En aquesta memòria, abans d'explicar quin és l'efecte que produeixen les connexions el dispositiu, ens introduïrem una mica en l'estudi de dispositius nanomètrics i en la propagació electromagnètica, i veurem quina és la importància de poder tenir dispositius que treballin a freqüències de l'ordre del THz. Després veurem el transistor MOSFET i les seves limitacions, i estudiarem el funcionament del DTD.

Cal destacar que bona part dels resultats obtinguts estan inclosos en un article que ha estat acceptat recentment en la revista científica internacional *Solid State Electronics* i està pendent de publicar-se.

## 2 Introducció als dispositius nanoelectrònics

### 2.1 De la microelectrònica a la nanoelectrònica

#### 2.1.1 Llei de Moore

A l'any 1965, Moore va predir que el nombre de transistors en un xip es duplica cada dos anys, amb una reducció considerable del cost i un augment de la velocitat. La seva predicció va ser per als deu anys següents. Més tard va modificar la seva pròpia llei per dir que la capacitat dels microprocessadors es dobla cada 18 mesos, i aquesta tendència s'ha seguit aproximadament fins a dia d'avui [1]. En la figura 2.1.1.1 podem veure el nombre de transistors dels processadors al llarg dels anys i corroborar així la llei de Moore.

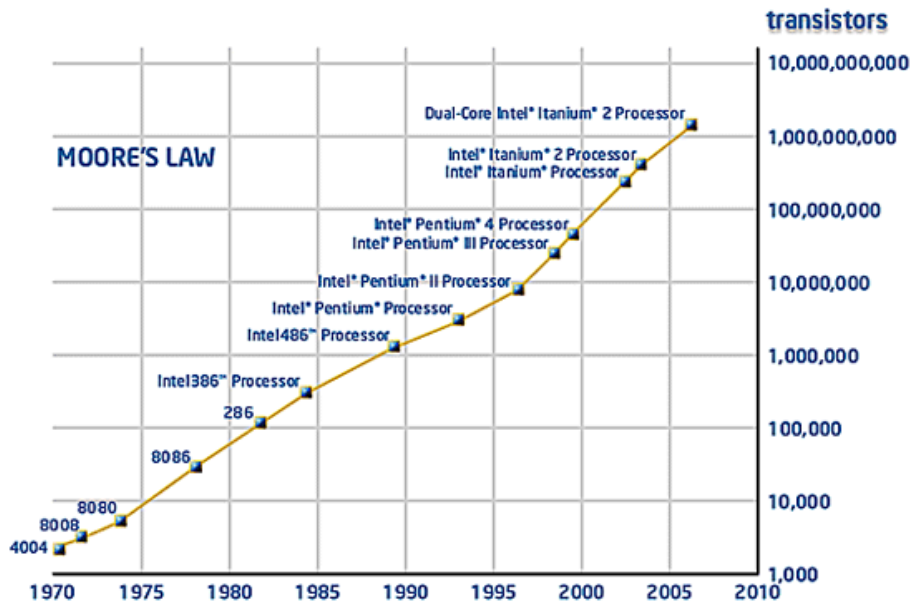
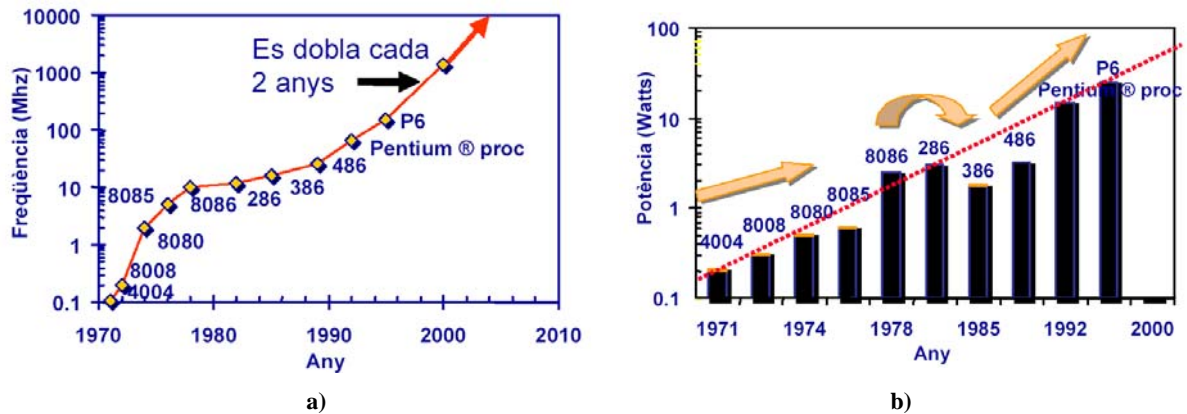


Figura 2.1.1.1: Llei de Moore: Nombre de transistors dels processadors al llarg dels anys

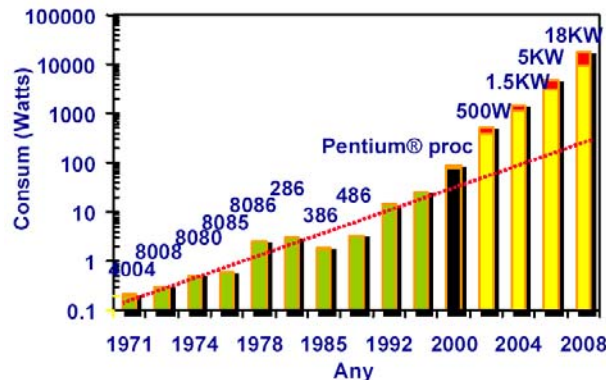
L'increment de les prestacions es deu sobretot a miniaturització dels circuits, gràcies a les millores de la tecnologia ja existents. En millorar les tècniques de fabricació de semiconductors, els transistors s'han pogut fer cada vegada més petits i barats. La capacitat de processament d'informació dels transistors també ha millorat a mesura que el seu tamany disminueix. La freqüència dels microprocessadors es dobla cada any, com es pot veure en la figura 2.1.1.2.a, i la potència dissipada també augmenta com mostra la figura 2.1.1.2.b. En canvi el seu consum pot arribar a ser un problema ja que pot arribar a valors prohibitius, com reflexa la figura 2.1.1.3, on veiem

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

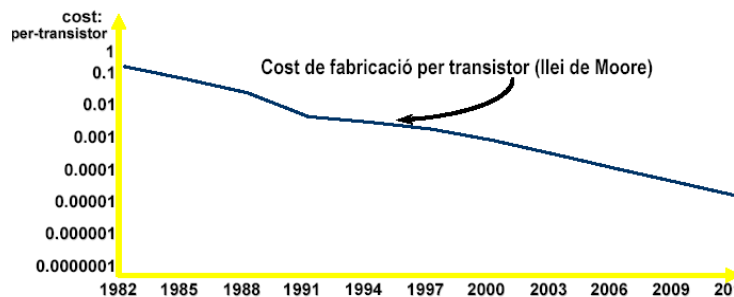
com és sobrepassa la barrera del kW. El que si que és clar és que al integrar els elements més junt la fiabilitat millora i el cost es rebaixa ja que molts dels mètodes de fabricació emprats per les indústries permeten tractar un xip sencer tot de cop [1-2]. En la figura 2.1.1.4 veiem com el cost de fabricació per transistor ha disminuït més d'un 90 % en a dècada dels 90.



**Figura 2.1.1.2:** Llei de Moore: a) Evolució de la freqüència de rellotge amb els anys. b) Evolució de la potència dissipada en els processadors al llarg dels anys.



**Figura 2.1.1.3:** Llei de Moore: Consum als processadors al llarg dels anys.



**Figura 2.1.1.4:** Llei de Moore: Cost de fabricació per transistor al llarg dels anys.

### **2.1.2 Evolució de la microelectrònica. Reducció de tamany dels dispositius**

Entre els anys 1980 i 2000 s'ha multiplicat per 10.000 la capacitat i la potència de processament dels sistemes electrònics. Aquesta evolució ha estat possible gràcies al gran desenvolupament de la microelectrònica, que ha permès una constant i progressiva miniaturització dels dispositius i dels circuits que componen aquests sistemes.

Una de les característiques de la microelectrònica ha estat la seva ràpida evolució. L'inici de la microelectrònica s'associa a la fabricació del primer transistor de germani al 1947. Durant l'època dels anys 50, es consolida la fabricació industrial de transistors discrets i es posa a punt la tecnologia necessària per aconseguir materials semiconductors de gran puresa. Durant aquesta època es fabrica el primer transistor bipolar de silici (més abundant i barat que el germani). A finals dels 50 es posa a punt la tecnologia planar, que es basa en l'encadenament de diferents processos tecnològics que porten a la fabricació simultània d'un elevat nombre de transistors sobre la mateixa oblea de silici per formar un circuit complet.

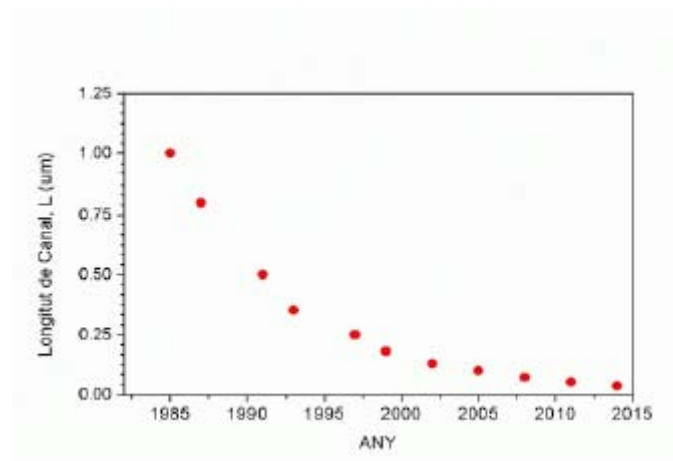
Així, a principis de la dècada dels 60 apareix el primer circuit integrat i la fabricació del primer transistor MOS, dos fets importants en l'espectacular trajectòria de la microelectrònica. Més tard van anar apareixent les diferents tecnologies com la MSI (*medium scale of integration*), la LSI (*large scale of integration*) a principis de 1970 i VLSI (*very large scale of integration*) als anys 80, que permet integrar milions de transistors en un xip. A finals de dècada, la tecnologia aconsegueix superar la barrera de la micra. Les millores tecnològiques permeten fabricar circuits de baix consum que possibiliten l'aparició d'ordinadors portàtils. A finals de segle, s'aconsegueixen tecnologies de 0,18 micres [3-4].

Amb la disminució de mides s'aconsegueix un major nivell d'integració, ja que es multiplica per 100 el nombre de dispositius que es poden processar sobre una mateixa superfície de silici. També suposa un augment de la velocitat de treball i un rendiment més alt del procés de producció, ja que el rendiment d'un procés depèn bàsicament de l'àrea del xip i no del nombre de dispositius o de la seva complexitat, de manera que també comporta avantatges econòmics.

Els avantatges de la disminució de mides són evidents: s'aconsegueix un major nivell d'integració, en passar d'una tecnologia de 5:μm a una tecnologia de 0,5:μm es multiplica per 100 el nombre de dispositius que es poden processar sobre la mateixa

### Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

superfície de silici; és a dir, sobre l'àrea on abans es fabricava un microprocessador ara se n'hi fabriquen 100. A més dels avantatges de tipus econòmic, la reducció de mides suposa també un augment de la velocitat de treball i un rendiment més alt del procés de producció. El rendiment d'un determinat procés depèn principalment de l'àrea de cada CI, i és independent del nombre de dispositius o de la complexitat del sistema. No obstant això, mantenir el ritme de miniaturització que es mostra a la figura 2.1.2.1 és un repte difícil que preocupa la majoria de fabricants de semiconductors, degut a que l'augment dels costos es dispara a mesura que augmenta la densitat d'integració. D'altra banda, sorgeix la necessitat de disposar d'eines CAD/CAE més potents per poder abordar el disseny de sistemes més complexos. A més també sorgeixen problemes associats amb l'augment en la densitat de dissipació de potència i el test dels circuits fabricats [3-4].



**Figura 2.1.2.1:** Evolució de la longitud de canal dels transistors MOS.



### **2.1.3 Límits del transistor MOSFET**

Tota aquesta evolució de la microelectrònica s'ha basat en tecnologies que utilitzen el silici com a semiconductor de base. El dispositiu més utilitzat és el transistor MOS o MOSFET (*metal oxide semiconductor field effect transistor*). Aquest dispositiu es basa en l'estructura MOS, formada per la superposició d'una capa de metall, un aïllant i un semiconductor. El transistor es completa amb dos contactes més, el de font i el de drenador. La distància entre drenador i font és la longitud de canal i és la distància que caracteritza una tecnologia. El transistor MOSFET és una estructura tridimensional formada per almenys quatre regions diferents que són el conductor per el contacte de porta, una capa de material aïllant, una zona de material semiconductor per la font i el drenador i el substrat. El MOSFET és un dispositiu controlat per un camp elèctric, per això rep el nom de transistor d'efecte de camp. Quan l'aïllant és un òxid s'anomena MOSFET i si és qualsevol altre dielèctric rep el nom de MISFET.

La tensió aplicada a la porta estableix un camp elèctric transversal que controla la conducció entre les regions de font i drenador. Segons el valor i el signe del potencial entre porta i substrat la situació de càrrega al transistor és diferent i també el seu règim de funcionament [3] [5].

Els dispositius MOS encara poden seguir la tendència d'escalatge exponencial que ha regit les indústries microelectròniques durant les últimes dècades. Es preveu que la producció seguirà la llei de Moore fins a poder assolir tecnologies de 30 nm, però que a partir del 2010 aquesta llei s'alenteixi. Una possibilitat d'avanç seria el disseny de circuits integrats tridimensionals, ja que les longituds de les interconnexions es reduirien i s'augmentaria el rendiment amb oblies de mida més petita, però a canvi, hi hauria problemes en la dissipació del calor dels dissenys 3D i dificultats en alinear i separar capes i realitzar enllaços. Per tant, el disseny bàsic dels MOSFET ha de canviar per tal que en superar el límit de 30 nm de longitud de canal els inconvenients que la tecnologia presenta puguin ser compensats [2] [6].

Els punts que poden fer millorar les prestacions dels dispositius són: augment de la densitat de càrrega per a un voltatge aplicat, potenciar el transport electrònic millorant la mobilitat i la velocitat dels portadors, fent més petita la longitud de canal i reduint les capacitats i les resistències paràsites [7]. Hi ha, també en la literatura, moltes propostes de dispositius nanoelectrònics que poden, eventualment, millorar alguns aspectes del MOSFET nanoelectrònic.

## **2.2 Dispositius electrònics a freqüències a prop del THz**

Les estratègies actuals per poder arribar al règim de freqüències del THz es basen en la conversió de les baixes freqüències òptiques. Com alternativa, els dispositius semiconductors nanomètrics poden donar sistemes de THz sense entrades òptiques mitjançant diversos mecanismes físics. Les heteroestructures d'estat sòlid, on els electrons emeten fotons en el rang del THz quan es produeix una transició radiativa entre diferents bandes d'energia, han estat desenvolupats amb èxit. Les oscil·lacions d'ones de plasma en transistors d'alta mobilitat d'electrons també poden arribar a la radiació de THz quan les condicions de dopatge són les adients [9].

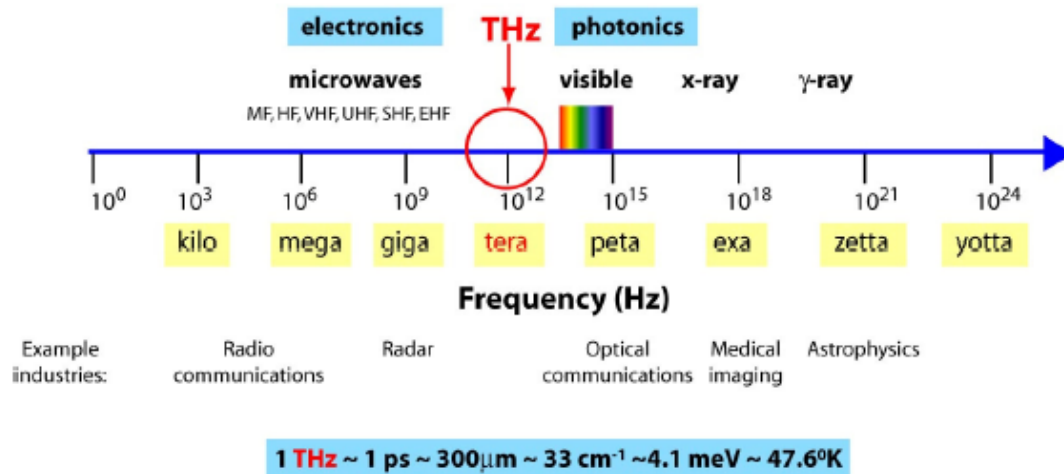
Actualment, els dispositius d'estat sòlid amb dimensions nanomètriques poden generar corrents de sortida a freqüències de THz. Degut a que el corrent de conducció està directament relacionat amb la dinàmica dels electrons, els temps de trànsit dels electrons de pocs piconsegons fa que el corrent de sortida sigui de freqüències de THz. La unió d'aquests dispositius nanomètrics amb antenes de THz pot conduir a radiació electromagnètica. A més, aquest dispositius nanomètrics es poden usar no només per generar radiació de THz, sinó per manipular senyals analògiques o digitals a THz (s'espera que els transistors lògics puguin arribar a treballar amb freqüències al voltant d'1 THz en el futur). Aquests dispositius es beneficien directament de l'evolució de tecnologia nanoelectrònica subministrant futurs sistemes de THz amb costos i mides reduïdes. Atrets per aquesta inqüestionable avantatge, multitud de propostes per a dispositius nanomètrics d'estat sòlid a freqüències de THz es poden trobar en la literatura [9] [11].

### **2.2.1 Espectre electromagnètic i les raons del GAP de THz.**

Les ones electromagnètiques centrades al voltant d'1 THz estan en el límit que separa electrònica i fotònica, i són molt difícils de generar i de detectar. Però aquest rang de freqüències té aplicacions molt important tant en processos físics, químics i biològics. Per aquest motiu aquesta regió del espectre electromagnètic és de gran interès per l'estudi i la investigació experimental.

En la figura 2.2.1.1 hem representat l'espectre electromagnètic i les seves aplicacions. La part visible de l'espectre electromagnètic és el més familiar per a nosaltres i conté els colors de la llum. Dins d'aquest rang, el vermell té una longitud d'ona superior al blau, i li correspon una freqüència d'oscil·lació més baixa.

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions



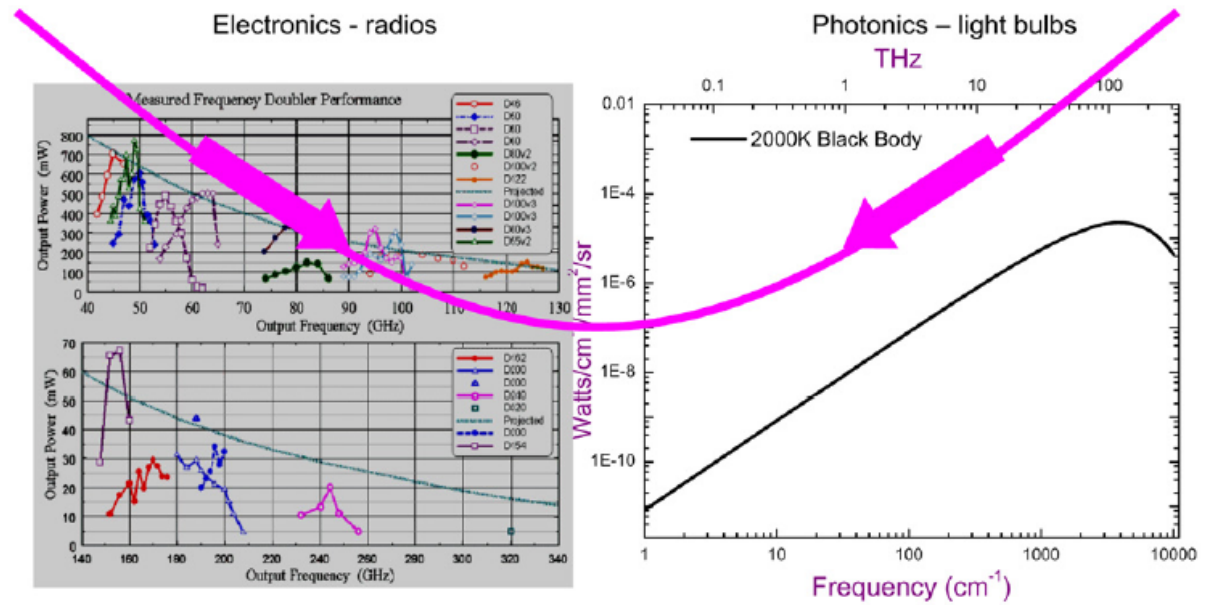
**Figura 2.2.1.1:** Espectre electromagnètic i les seves aplicacions

Després del visible, cap a les altes freqüències trobem l'ultravioleta, els raigs X i els raigs  $\gamma$ , i en l'altre direcció trobem l'infraroig, les microones, el radar i les ones de radio. L'estudi de la llum visible s'anomena fotònica i les fonts que generen solen ser làser. Les ones electromagnètiques a més baixa freqüència es generen normalment amb oscil·ladors electrònics. Entre aquestes dues regions està la part que és més difícil de generar i detectar. Parlem de llum d'infraroig amb unes freqüències entre 0,1 i 10 THz, que corresponen a longituds d'ona d'entre 3 mm i 30  $\mu$ m [8].

En la figura 2.2.1.2 es pot veure gràficament l'existència del GAP de THz. En aquest rang de freqüències, per la part de l'electrònica la potència dels oscil·ladors decreix a mesura que la freqüència es va incrementant. En el cas de la fotònica, per a un THz la potència és de l'ordre de nanowatts. De manera que cap el rang de THz la potència decau tant per una banda com per l'altra, el que mostra clarament la dificultat de poder fer alta potència en aquest rang [8].

D'aquí la importància de poder fer fonts d'alta potència en aquest rang. Històricament, les làmpades de mercuri junt amb els interferòmetres de Michelson i els detectors amb heli líquid han estat molt importants en l'espectroscòpia del infraroig. Recentment, els interruptors de Auston i els seus derivats s'han desenvolupat comercialment i poden produir una potència de l'ordre de mW a la franja del THz. Els làsers de cascada quàntica comencen a desenvolupar-se molt activament i són capaços de produir desenes de mW en una estreta banda de la regió dels THz [8].

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions



**Figura 2.2.1.2:** Il·lustració del GAP real de THz.

Al llarg d'aquest treball s'estudia el mencionat dispositiu DTD com una possible alternativa per a la generació de senyals a THz amb potències raonables.

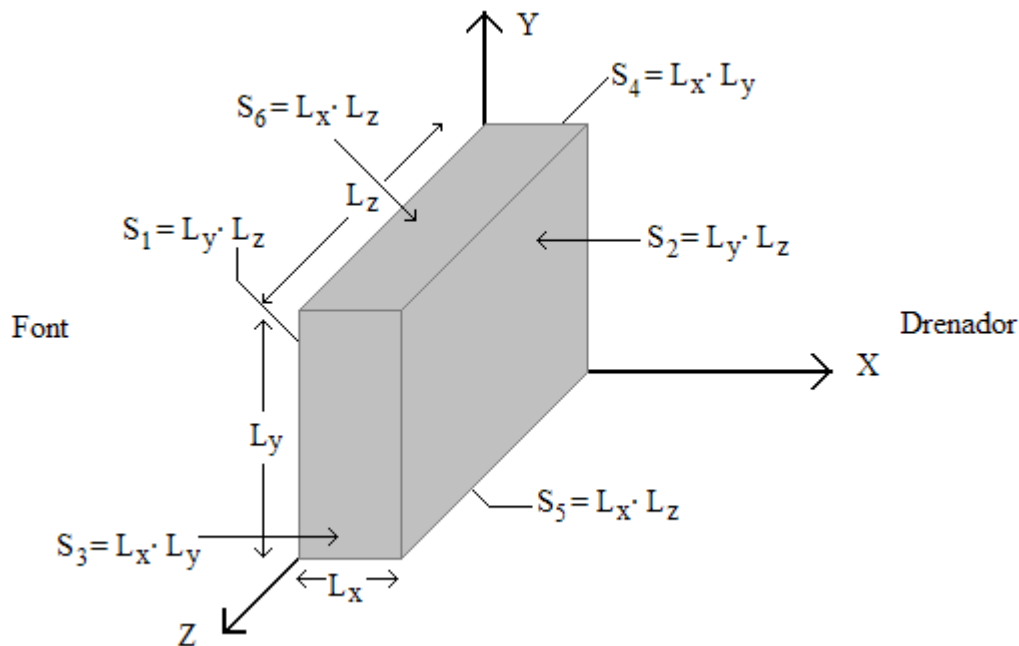
### 3 Transport quàntic a freqüències de THz

Com hem comentat, en el nostre estudi enlloc d'utilitzar el transistor MOSFET com a DUT hem fet servir un nou dispositiu que s'anomena DTD (Driven Tunneling Device). Aquest nou concepte de dispositiu ha estat desenvolupat en el departament d'Enginyeria Electrònica de la UAB.

Però abans d'explicar el funcionament i les característiques d'aquest dispositiu, passem a estudiar primer el corrent quàntic en sistemes dependents del temps.

#### 3.1 Corrent quàntic en sistemes variables en el temps

En els sistemes quàntics que depenen del temps s'ha de descriure el corrent que hi circula a través del teorema de Ramo-Shockley, ja que la corrent que hi apareix no és solament la deguda a la corrent de conducció sinó que també apareix l'efecte del corrent de desplaçament, que s'origina per les variacions del camp elèctric. El teorema de Ramo-Shockley resulta molt útil per poder relacionar el corrent experimental en l'exterior del dispositiu amb la dinàmica dels electrons en l'interior [9].



**Figura 3.1.1:** Representació esquemàtica del volum considerat per l'aplicació del teorema de Ramo-Shockley.

Suposem que tenim un volum  $\Omega$  com el de la figura 3.1.1 que conté la zona activa del dispositiu i la superfície  $S$  que limita aquest volum. Aquesta superfície  $S$  està dividida en 6 zones més petites ( $S_1, S_2, \dots, S_6$ ) que són les que es mostren a la figura. El

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

vector  $\vec{F}_i(\vec{r})$  dins del volum  $\Omega$  està definit per l'expressió  $\vec{F}_i(\vec{r}) = -\nabla\Phi_i(\vec{r})$  on la funció escalar  $\Phi_i(\vec{r})$  és la solució de l'equació de Laplace

$$\nabla(\vec{\epsilon}(\vec{r}) \cdot \vec{F}_i(\vec{r})) = -\nabla(\vec{\epsilon}(\vec{r}) \cdot \nabla\Phi_i(\vec{r})) = 0 \quad (3.1)$$

amb les equacions de contorn  $\Phi_i(\vec{r}) = 1$  per als punts que compleixen  $\vec{r} \in S_i$  i zero a la resta,  $\Phi_i(\vec{r}) = 0$  per  $\vec{r} \in S_{h \neq i}$ . Les funcions  $\vec{F}_i(\vec{r})$  i  $\Phi_i(\vec{r})$  es poden interpretar com el camp elèctric i el potencial escalar, respectivament, que hi ha en el volum  $\Omega$  sense càrrega. De manera, que el corrent total depenent del temps  $I_i(t)$ , a través de la superfície  $S_i$  es pot obtenir a partir de la següent integral [9-10]:

$$\int_{\Omega} \vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) \cdot d^3\vec{r} = - \int_S \Phi_i(\vec{r}) \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{s} = -I_i(t) \quad (3.2)$$

La densitat total de corrent,  $\vec{J}(\vec{r}, t) = \vec{J}_c(\vec{r}, t) + \vec{J}_d(\vec{r}, t)$ , està formada per dues components, la corrent de conducció  $\vec{J}_c(\vec{r}, t)$  i la corrent de desplaçament  $\vec{J}_d(\vec{r}, t)$ . El camp elèctric present en el sistema,  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ , està definit per el potencial escalar  $V(\vec{r}, t)$  i el potencia vector  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  segons la relació  $\vec{E}(\vec{r}, t) = -\nabla V(\vec{r}, t) - \partial\vec{A}(\vec{r}, t)/\partial t$ , de manera que el corrent de desplaçament es defineix com [9-10]:

$$\vec{J}_d(\vec{r}, t) = -\vec{\epsilon}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla}(V(\vec{r}, t)) - \vec{\epsilon}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (3.3)$$

El potencial  $\Phi_i(\vec{r})$  és solució de la equació de Laplace (3.1) sota unes condicions particulars de contorn. Substituint el corrent de desplaçament en la equació (3.2) tenim:

$$\int_{\Omega} \vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{J}_d(\vec{r}, t) \cdot d^3\vec{r} = - \int_{\Omega} \vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{\epsilon}(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla}(V(\vec{r}, t)) \cdot d^3\vec{r} - \int_{\Omega} \vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{\epsilon}(\vec{r}) \frac{\partial^2 \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} d^3\vec{r} \quad (3.4)$$

La primera integral de volum del costat dret de la igualtat es pot simplificar per una integral de superfície utilitzant la següent propietat dels vectors:

$$\vec{\nabla} \left( \vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{\epsilon}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} V(\vec{r}, t) \right) = \vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{\epsilon}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} \left( \frac{\partial}{\partial t} V(\vec{r}, t) \right) + \frac{\partial}{\partial t} V(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nabla} (\vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{\epsilon}(\vec{r})) \quad (3.5)$$

on el segon terme de la part dreta de la igualtat és zero degut a l'expressió (3.1), de manera que el primer terme del costat dret de l'expressió (3.4) es simplifica segons

$$\text{l'expressió } \int_{\Omega} \vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{\epsilon}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla}(V(\vec{r}, t)) \cdot d^3\vec{r} = \int_S \vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{\epsilon}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} V(\vec{r}, t) \cdot d\vec{s}.$$

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

Introduint tots aquests resultats dins de l'expressió (3.2) tenim que el corrent total dependent del temps que travessa una superfície  $S_i$  és:

$$I_i(t) = \Gamma_i^q(t) + \Gamma_i^e(t) + \Gamma_i^m(t) \quad (3.6.a)$$

on cada terme s'expressa segons:

$$\Gamma_i^q(t) = - \int_{\Omega} \vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{J}_c(\vec{r}, t) \cdot d^3\vec{r} \quad (3.6.b)$$

$$\Gamma_i^e(t) = \int_S \vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{\varepsilon}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} V(\vec{r}, t) \cdot d\vec{s} \quad (3.6.c)$$

$$\Gamma_i^m(t) = \int_{\Omega} \vec{F}_i(\vec{r}) \cdot \vec{\varepsilon}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \cdot d^3\vec{r} \quad (3.6.d)$$

Però el terme  $\Gamma_i^m(t)$  de l'expressió (3.6.d) que és la contribució magnètica es pot negligir a la regió activa del DTD que es tractarà a continuació. Per això, es pot veure que aquest terme és menyspreable respecte el terme  $\Gamma_i^e(t)$  de l'expressió (3.6.c). Per veure això, primer el cal fixar-se que el gauge del Lorentz per definir el potencial escalar en termes del potencial vector:

$$\frac{\partial V(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{1}{-\vec{\varepsilon}(\vec{r}) \cdot \vec{\mu}(\vec{r})} \nabla \vec{A}(\vec{r}, t) \quad (3.7)$$

on  $\mu(\vec{r})$  és la permeabilitat. Així, els termes (3.6.c) i (3.6.d) es poden escriure com:

$$\Gamma_i^q(t) + \Gamma_i^m(t) = \int_{\Omega} d\vec{r}^3 \vec{\varepsilon}(\vec{r}) \vec{F}(\vec{r}, t) \left\{ - \frac{\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}, t)}{\vec{\varepsilon}(\vec{r}) \cdot \vec{\mu}(\vec{r})} + \frac{\partial^2 A(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \right\} \quad (3.8)$$

Utilitzant les aproximacions  $\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}, t) \approx \vec{A}(\vec{r}, t)/L^2$  i  $\partial^2 A(\vec{r}, t)/\partial t^2 \approx \vec{A}(\vec{r}, t) \cdot f^2$ , el parèntesis del costat dret de l'expressió (3.8) es pot aproximar per l'expressió  $\left\{ - \frac{\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}, t)}{\vec{\varepsilon}(\vec{r}) \cdot \vec{\mu}(\vec{r})} + \frac{\partial^2 A(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \right\} \approx A(\vec{r}, t) \left\{ - \frac{1}{\vec{\varepsilon}(\vec{r}) \cdot \vec{\mu}(\vec{r}) L^2} + f^2 \right\}$ , on es defineix  $f$  com la freqüència d'oscil·lació i  $L$  com la longitud de la regió activa del DTD, com es mostra a la figura 3.1.1. Si imposem la condició  $\frac{1}{\vec{\varepsilon}(\vec{r}) \cdot \vec{\mu}(\vec{r}) L^2} \gg f^2$  s'arriba al resultat proposat.

Per poder imposar aquesta condició, s'ha de complir que la longitud d'ona del camp electromagnètic,  $\lambda$ , ha de ser molt més gran que la longitud de la regió activa del DTD, això és,  $\lambda = c/f \gg L$ . Per a longituds al voltant de la micra i freqüències de l'ordre del THz la contribució del terme de l'expressió (3.6.d) és pot menysprear [9-10].

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

El terme  $\Gamma_i^e(t)$  de l'expressió (3.6.c) és la contribució del camp elèctric i conté el corrent de desplaçament. Es fixa el subíndex 'i' a 1 per tal de fer més senzilles les expressions, de manera que el terme  $\Gamma_1^e(t)$  es pot substituir la integral de superfície i avaluar l'expressió com una suma:

$$\Gamma_1^e(t) = \int_S \vec{F}_1(\vec{r}) \cdot \vec{\varepsilon}(\vec{r}) \cdot \frac{\partial V(\vec{r}, t)}{\partial t} \cdot d\vec{s} \approx \sum_{f=1}^6 C_1^f \cdot \frac{dV_f(t)}{dt} \quad (3.9.a)$$

$$C_1^f = \int_{S_f} \vec{\varepsilon}(\vec{r}) \cdot \vec{F}_1(\vec{r}) \cdot d\vec{s}_f \quad (3.9.b)$$

Cal fixar-se que el terme de la dreta de l'expressió (3.9.a) assumeix que el voltatge a la superfície  $S_f$  és homogeni,  $V(\vec{r}, t) = V_f(t)$ , això és raonable en el dispositiu que s'estudia en aquest document. També s'assumeix que el voltatge és conegut a les superfícies  $S_f$ , ja que aquestes superfícies corresponen als contactes de porta, drenador i font [9].

L'avaluació de les capacitats de l'expressió (3.9.b) necessita un càlcul explícit del vector  $\vec{F}_1(\vec{r})$  en totes les superfícies  $S = (S_1, S_2, \dots, S_6)$ . La solució de l'equació de Laplace amb les condicions de contorn adients  $\Phi_1(\vec{r}) = 1$  per  $\vec{r} \in S_i$  i  $\Phi_1(\vec{r}) = 0$  per  $\vec{r} \in S_{h \neq i}$  definit en la figura 3.1.1 es pot escriure com:

$$\Phi_1(\vec{r}) = \Phi_1(x, y, z) = \frac{16}{\pi^2} \sum_{i=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{j=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sinh \left( \pi \sqrt{\left(\frac{i}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{j}{L_z}\right)^2} x \right)}{i \cdot j \cdot \sinh \left( \pi \sqrt{\left(\frac{i}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{j}{L_z}\right)^2} L_x \right)} \cdot \sin \left( \frac{i \pi}{L_y} y \right) \cdot \sin \left( \frac{j \pi}{L_z} z \right) \quad (3.10)$$

on les longituds són les definides en la figura 3.1.1. Així, el càlcul de  $\vec{F}_1(\vec{r}) = -\nabla \Phi_1(\vec{r})$  i les diferents capacitats de l'expressió (3.9.b) es poden calcular analíticament [9-10].

El terme  $\Gamma_1^q(t)$  de l'expressió (3.6.b) és la contribució del corrent de conducció, i és el més important dins de l'estudi del DTD. Aquest terme és el que integra la densitat de corrent quàntica depenent del temps dins del volum  $\Omega$ . Tal i com mostra la figura 3.1.1, es considera que la longitud en la direcció del transport (de font cap a drenador) és més petita que les longituds del DTD en altres dues direccions,  $L_x \ll L_y, L_z$ , de manera que el vector funció  $\vec{F}_1(\vec{r}) = -\nabla \Phi_1(\vec{r})$  utilitzant l'expressió



Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

(3.10) es pot aproximar per un camp elèctric constant,  $\vec{F}_1(\vec{r}) = -\frac{1}{L_x} \vec{x}$  on  $|\vec{x}| = 1$ . Així,

cal notar que només la component x de la densitat de corrent de conducció,  $J_c(\vec{r}, t)|_x$ , ha de ser avaluada. Per simplicitat, s'assumeix que la funció d'ona és per a cada electró, sense tenir en compte la interacció entre electrons, de manera que es pot separar la funció d'ona tridimensional com el producte de les funcions d'ona unidimensionals. De manera que el terme  $\Gamma_1^q(t)$  es pot expressar com:

$$\Gamma_1^q(t) = \Gamma_1^{qS}(t) + \Gamma_1^{qD}(t) \quad (3.11.a)$$

$$\Gamma_1^{qS/D}(t) = S \frac{1}{2\pi^2} \frac{q}{\hbar} k_B \cdot T \cdot \int_0^\infty dk_x^{S/D} |k_x^{S/D}| \cdot D^{S/D}(k_x, t) \cdot \ln\{1 + \exp((E_{fS/D} - E_x)/(k_B \cdot T))\} \quad (3.11.b)$$

$$D^{S/D}(k_x, t) = \frac{1}{L} \int_{t_{S/D}=-\infty}^{t_{S/D}=t} dt_{S/D} \int_{x=0}^{x=L} dx \cdot J_c^{jS/D}(x, k_x, t) \quad (3.11.c)$$

El paràmetre  $D^{S/D}(k_x, t)$  és el coeficient de corrent font/drenador. Per valors particulars de l'energia, el coeficient de corrent de la font és diferent al del drenador. La densitat de corrent de la partícula,  $J_{ij}^{S/D}(x, t)$ , es calcula solucionant l'equació de Schrödinger depenent del temps amb el Hamiltonià depenent del temps [9-10].

### 3.2 Driven Tunneling Device (DTD)

Com s'ha mencionat, un dels motius que ha portat a desenvolupar, per part del departament d'Enginyeria Electrònica de la UAB, un nou concepte de dispositiu és la manca de dispositius que puguin generar, detectar o processar senyals a freqüències de THz amb potències raonables.

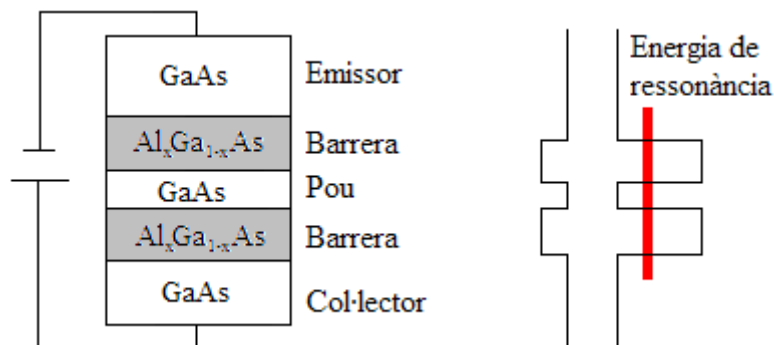
Aquest nou tipus de dispositiu anomenat Driven Tunneling Device (DTD) és capaç de processar senyals a freqüències de THz. El seu principi de funcionament es basa en els fenòmens de transport quàntic per efecte túnel en sistemes no estàtics, on els potencials oscil·len a freqüències comparables amb l'invers del temps de trànsit dels electrons, presentant millors condicions de treball respecte les condicions estàtiques. El corrent túnel que hi circula entre dos dels terminals del dispositiu està controlat, a freqüències de THz, per un tercer terminal. També es poden utilitzar aquests dispositius com a fonts de THz o per a nombroses operacions bàsiques en senyals elèctrics a THz, com per exemple la rectificació, l'amplificació, filtrat. [10]

#### 3.2.1 Antecedents

Troblem dos tipus diferents d'antecedents relacionats amb els dispositius DTD. Des del punt de vista de l'estructura i la fabricació, el dispositiu DTD és una evolució dels dispositius túnel de doble barrera i, des del punt de vista de les aplicacions, és comparable amb els dispositius d'estat sòlid que treballen a freqüències de THz.

##### 3.2.1.1 Dispositius de doble barrera

Dins dels dispositius de doble barrera trobem el diode túnel ressonant (RTD) que presenta una estructura basada en un perfil de potencial de doble barrera de pocs nanòmetres i que es mostra en la figura 3.2.1.1.1.

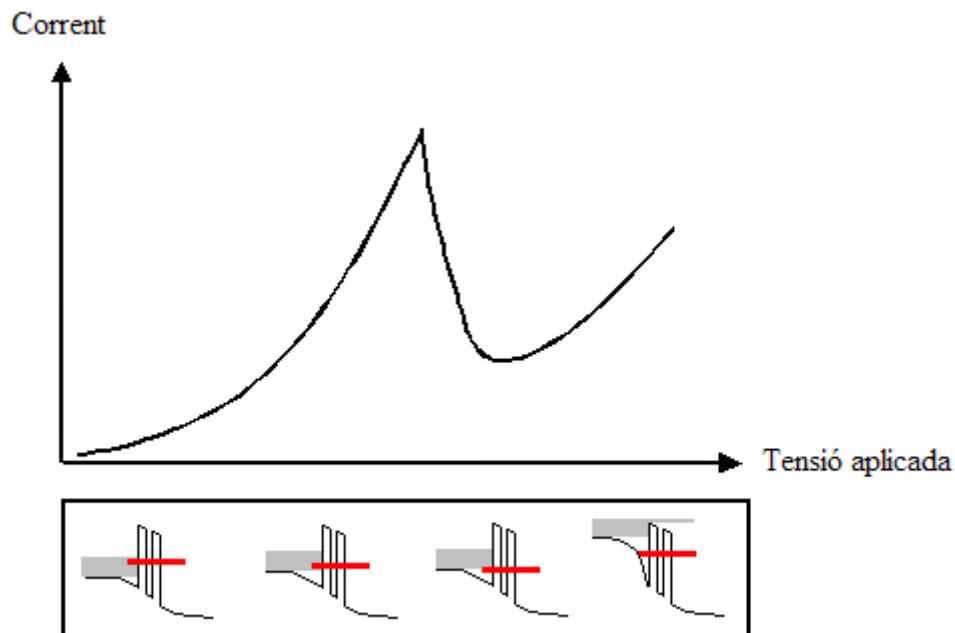


**Figura 3.2.1.1.1:** Diode túnel ressonant. **a)** configuració bàsica dels semiconductors que formen un RTD.  
**b)** Estructura de bandes del RTD amb energia ressonant a l'interior del pou.

### Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

Les regions d'emissor i col·lector estan dopades i formades per un semiconductor amb un gap energètic petit. Les dues barreres de potencial es construeixen introduint un material amb un gap energètic superior. La regió entre aquestes dues barreres, anomenada pou quàntic, torna a tenir un semiconductor amb gap energètic menor [10].

Les energies de l'electró permeses dins del pou quàntic només poden tenir uns valors discrets determinats, de manera que funciona com un filtre energètic, ja que només els electrons amb energia igual a la del pou quàntic (energia ressonant) podran transmetre's a través de la doble barrera. D'aquesta manera és més fàcil entendre la característica corrent-tensió (I-V) mostrada en la figura 3.2.1.1.2. En aquesta figura podem veure com la geometria de la banda de conducció es veu modificada per la tensió aplicada entre emissor i col·lector, de manera que quan s'aplica tensió, la diferència entre la energia ressonant es va apropant al mínim de la banda de conducció i el corrent va augmentant. Quan l'energia ressonant és igual que el mínim de la banda de conducció, s'arriba al pic de corrent, i a partir d'aquest punt el corrent disminueix dràsticament degut a que l'energia ressonant és menor que la banda de conducció i és fa molt difícil que els electrons puguin creuar la doble barrera. Quan la banda de conducció és superior al nivell de la doble barrera, el corrent torna a augmentar [10].



**Figura 3.2.1.1.2:** Característica I-V d'un RTD.

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

Els dispositius de doble barrera es basen en el transport quàntic en condicions estàtiques. Sota aquestes condicions, les variacions de potencial són molt més lentes que els temps involucrats en la dinàmica dels electrons dins del dispositiu, i per tant, el transport electrònic està determinat pel túnel estàtic. En canvi, per al DTD el terminal de porta produeix oscil·lacions en el perfil de potencial amb freqüències comparables amb la inversa del temps de trànsit dels electrons. Així doncs, el responsable de les aplicacions dels DTD a freqüències de THz és l'anomenat túnel dinàmic.

### **3.2.1.2 Dispositius de THz**

Pel que fa als dispositius de estat sòlid que treballen a freqüències de THz es poden classificar en dispositius de temps de trànsit, de radiació i de transició energètica. El primer basa el seu funcionament en el moviment d'electrons en dimensions molt petites (de l'ordre de nanòmetres), de manera que es disminueix el temps de trànsit dels electrons i s'augmenta la freqüència de treball d'aquest dispositius fins a THz. En els dispositius de radiació la pròpia dinàmica dels electrons a l'interior dels dispositius genera variacions de càrrega que generen camps electromagnètics, de manera que per a determinades dimensions i altes concentracions de càrrega, la radiació està dins del rang dels THz. Els dispositius de transició energètica es basen en transicions d'electrons entre estats energètics diferents que originen emissió fotònica per transició. Amb diverses tècniques es pot aconseguir que aquestes transicions energètiques estiguin en el rang del THz [10-11].

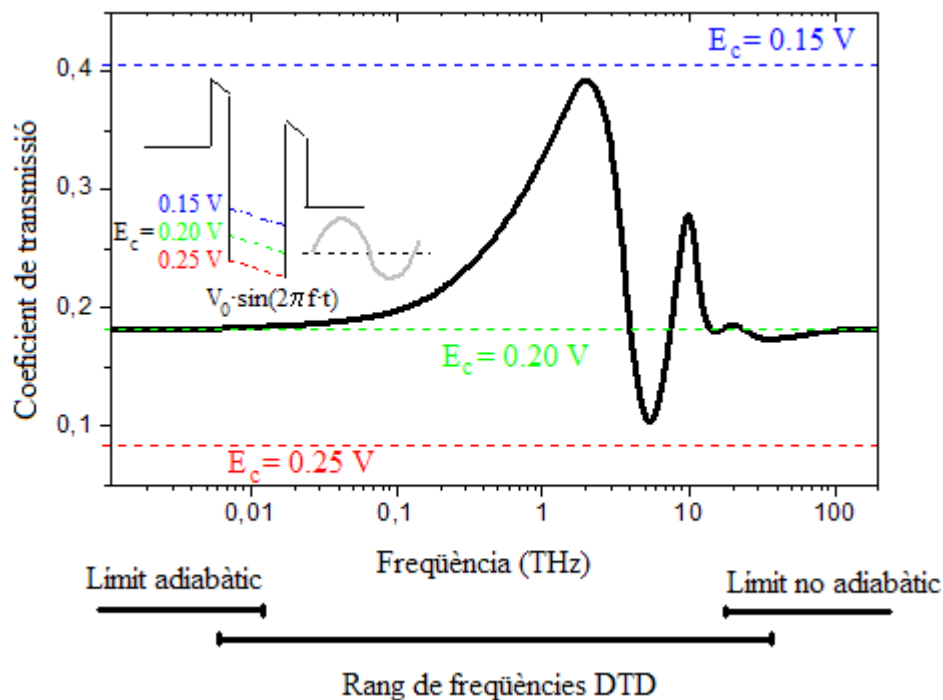
La proposta de dispositius DTD es centra dins del primer grup, dispositius de temps de trànsit, ja que aprofita el transport quàntic en potencials dinàmics per al disseny d'aplicacions de THz.

### **3.2.2 Característiques i funcionament del DTD**

Com em explicat en el apartat anterior el funcionament dels DTD es basa en aprofitar les propietats de la corrent quàntica entre dos terminals en un sistema en el qual es produeixen variacions de potencial comparables al temps de trànsit dels electrons, el que s'anomena túnel dinàmic. El corrent entre font i drenador està controlat per un tercer terminal, el de porta, que és el que determina el perfil de la doble barrera de potencial. L'efecte transistor s'aconsegueix a través de la tensió de porta que controla el valor de les energies ressonants dins del pou quàntic, i aquestes energies són les responsables del corrent ressonant que circula per la doble barrera.

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

Si les variacions de potencial produïdes a la porta són molt més lentes que els temps involucrats en la dinàmica dels electrons, el sistema es troba en un règim estàtic, de manera que per a freqüències de l'ordre de GHz es pot assumir un comportament adiabàtic (el sistema varia lentament entre dos estats) i la transmissió no es veu afectada per l'oscil·lació de la doble barrera. Però, quan la freqüència augmenta i arriba a l'ordre dels THz, la transmissió sí que depèn de la freqüència d'oscil·lació. Per a freqüències molt més grans, la transmissió deixa de dependre de les oscil·lacions de la tensió de porta [10].

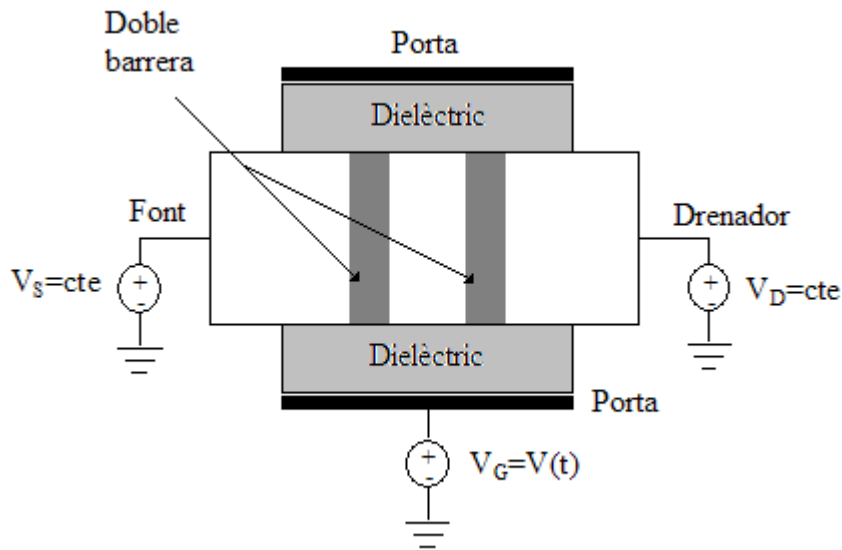


**Figura 3.2.2.1:** Coeficient de transmissió d'un DTD en funció de la freqüència d'oscil·lació.

Així, com es mostra en la figura 3.2.2.1 el en el rang de freqüències en que els dispositius DTD poden treballar està al voltant dels THz.

### **3.2.3 Aplicacions**

Des del punt de vista de fabricació, els dispositius DTD permeten diferents implementacions. Una configuració possible per a la fabricació de dispositius DTD és utilitzar tècniques i tecnologies de fabricació de dispositius MOSFET nanomètrics, com els dispositius de doble porta, de manera que es forma l'estructura de doble barrera, tal i com es mostra en la figura 3.2.3.1. El control del perfil de la doble barrera es pot aconseguir mitjançant les tensions de porta, a través de l'efecte de camp típic del MOSFET [10].



**Figura 3.2.3.1:** Representació esquemàtica d'una possible configuració de dispositius DTD.

En funció de la configuració dels dispositius DTD es poden obtenir diverses aplicacions. Cal distingir entre aplicacions de gran senyal, on el sistema té un comportament no lineal, i les aplicacions de petita senyal, on el comportament és lineal. Per gran senyal es consideren amplituds de la tensió de porta de l'ordre de 0.1 V i les seves aplicacions poden ser multiplicadors de freqüència i rectificadors. Per amplituds menors a 0.01 V ja es considera petit senyal i trobem l'amplificació i el filtrat [10].

Cal destacar que els dispositius DTD presenten una gran versatilitat que permet que treballin tant en aplicacions lineals com no lineals. Combinant les anteriors aplicacions es poden obtenir sistemes més complexes com moduladors analògics i digitals que treballen amb freqüències de THz.

## 4 Descripció de la propagació electromagnètica en cables coaxials

### 4.1 Propagació transversal electromagnètica en cables ideals

Per poder simplificar la complexitat del nostre estudi dels camps electromagnètics en les connexions hem suposat que la propagació del senyal que es dona en les connexions és una propagació transversal electromagnètica (TEM). Sabem que la propagació TEM és la que es produeix en els cables coaxials, i en general en qualsevol línia formada per dos conductors separats per un medi dielèctric. La simplificació que ens suposa tractar amb ones TEM és que es redueix el nombre de variables, de manera que només cal trobar la solució del corrent i la tensió al llarg de la direcció de propagació.

Dit amb altres paraules, inicialment el nostre problema no es pot plantejar simplement en trobar una solució del camp elèctric en totes tres direccions,  $\vec{E}(x, y, z)$ , sinó que al estar treballant amb altes freqüències la contribució del camp magnètic  $\vec{B}(x, y, z)$  també és important, de manera que tenim sis incògnites a resoldre. Com demostrarem més endavant, per poder generar una ona TEM n'hi ha prou amb el potencial escalar  $\vec{A}(x, y, z)$  i el potencial vector  $\vec{V}(x, y, z)$ , de manera que hem simplificat una mica la dificultat reduint a quatre les incògnites a solucionar.

Però a més, si suposem que les connexions del dispositiu són, per exemple, un cable coaxial i la direcció de propagació és  $z$  en format TEM, llavors només cal trobar  $I(z)$  i  $V(z)$  per solucionar el problema plantejat, de manera que les variables es redueixen a només dues.

Per tant, passem a veure com hem simplificat el nostre problema, veient primer que les ones TEM són solució de les equacions de Maxwell i veient les simplificacions que obtenim en l'estudi de la propagació del senyal dins dels cables coaxials. Cal dir que en aquest apartat hem suposat que els cables són ideals, en el següent apartat estudiarem també cables amb pèrdues.

#### 4.1.1 Ones TEM com a solució de les equacions de Maxwell

Com acabem d'explicar, degut al fet de treballar a altes freqüències ens cal tot el conjunt de les equacions de Maxwell abordar el problema, no només la de Poisson com és usual, ja que la contribució del camp magnètic esdevé molt rellevant.

Primer volem veure com les ones TEM són solució de les equacions de Maxwell, i després demostrarem que a partir del potencial escalar i el potencial vector podem generar ones TEM.

Recordem primer quines són les quatre equacions de Maxwell:

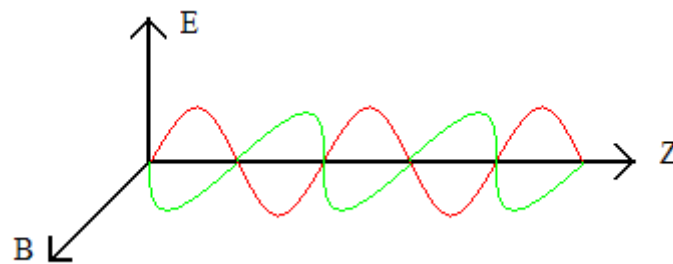
$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4.1.a)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.1.b)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (4.1.c)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (4.1.d)$$

Les ones transversals electromagnètiques (TEM) es caracteritzen per tenir el camp magnètic i el camp elèctric perpendiculars a la direcció de propagació, com es representa en la figura 4.1.1.1. Per tal que pugui existir propagació en mode TEM, és necessari que existeixin com a mínim dos conductors elèctrics i un medi dielèctric entre ambdós, com per exemple el cable coaxial, ja que les ones TEM es propaguen principalment en un medi no conductor (dielèctric) que separa els dos conductors.



**Figura 4.1.1.1:** Propagació ones transversals electromagnètiques.

Per veure que les ones TEM són solució de les equacions de Maxwell suposem que el sistema és lineal, isòtrop i homogeni, per tant, el vector desplaçament es pot escriure com  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  i el camp magnètic com  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ . A més tenim que la càrrega en tot el sistema és zero,  $\rho = 0$  i que la conductivitat també és zero, per tant no hi ha



Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

corrent de conducció  $\vec{J}_c = 0$ . A més també suposarem que no hi ha pèrdues de transmissió, de manera que un mode TEM propaga totes les components en freqüència del senyal a la mateixa velocitat i sense distorsió.

Sota aquestes condicions, es pot definir el camp elèctric i el camp magnètic que són modes TEM i solució de les equacions de Maxwell segons:

$$\vec{E} = (E_{0x}(x, y)\vec{i} + E_{0y}(x, y)\vec{j}) \cdot f\left(t - \frac{z}{c}\right) = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \vec{k} \times \vec{H} \quad (4.2.a)$$

$$\vec{H} = (H_{0x}(x, y)\vec{i} + H_{0y}(x, y)\vec{j}) \cdot f\left(t - \frac{z}{c}\right) = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{k} \times \vec{E} \quad (4.2.b)$$

on el factor  $f\left(t - \frac{z}{c}\right)$  de les equacions (4.2.a) i (4.2.b) és el que ens indica que no hi ha distorsió en la propagació del senyal [12-13].

Per demostrar-ho primer introduïm les dues solucions (4.2.a) i (4.2.b) dins de les expressions (4.1.c) i (4.1.d) respectivament, tenint en compte les propietats del sistema, això queda com:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = f\left(t - \frac{z}{c}\right) \cdot \left(\frac{\partial E_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial E_{0y}}{\partial y}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_{0x}}{\partial x} = -\frac{\partial E_{0y}}{\partial y} \quad (4.3.a)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = f\left(t - \frac{z}{c}\right) \cdot \left(\frac{\partial H_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial H_{0y}}{\partial y}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\partial H_{0x}}{\partial x} = -\frac{\partial H_{0y}}{\partial y} \quad (4.3.b)$$

Si l'equació (4.1.b) es descomposa en els seus dos termes, per al primer queda:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \wedge \vec{E} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_{0x} \cdot f & E_{0y} \cdot f & 0 \end{vmatrix} = \\ &= \frac{\partial E_{0y}}{\partial x} \cdot f\left(t - \frac{z}{c}\right) \cdot \vec{k} - \frac{\partial E_{0x}}{\partial y} \cdot f\left(t - \frac{z}{c}\right) \cdot \vec{k} + E_{0x} \cdot \frac{\partial f}{\partial a} \cdot \left(-\frac{1}{c}\right) \cdot \vec{j} - E_{0y} \cdot \frac{\partial f}{\partial a} \cdot \left(-\frac{1}{c}\right) \cdot \vec{i} \end{aligned} \quad (4.4.a)$$

I per al segon:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \mu (H_{0x}\vec{i} + H_{0y}\vec{j}) \cdot \frac{\partial f}{\partial a} \quad (4.4.b)$$

Igualant totes dues expressions:

$$\left(E_{0y} \cdot \frac{\partial f}{\partial a} \cdot \left(\frac{1}{c}\right) + \mu H_{0x} \cdot \frac{\partial f}{\partial a}\right) \cdot \vec{i} = 0 \Rightarrow E_{0y} = -\mu c H_{0x} \quad (4.5.a)$$

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

$$\left( -E_{0x} \cdot \frac{\partial f}{\partial a} \cdot \left( \frac{1}{c} \right) + \mu H_{0y} \cdot \frac{\partial f}{\partial a} \right) \cdot \vec{j} = 0 \Rightarrow E_{0x} = \mu c H_{0y} \quad (4.5.b)$$

$$\left( \frac{\partial E_{0y}}{\partial x} \cdot f \left( t - \frac{z}{c} \right) - \frac{\partial E_{0x}}{\partial y} \cdot f \left( t - \frac{z}{c} \right) \right) \cdot \vec{k} = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_{0y}}{\partial x} = \frac{\partial E_{0x}}{\partial y} \quad (4.5.c)$$

I si fem el mateix per a l'equació (4.1.a) ens dona:

$$H_{0y} = \epsilon c E_{0x} \quad H_{0x} = -\epsilon c E_{0y} \quad \frac{\partial H_{0y}}{\partial x} = \frac{\partial H_{0x}}{\partial y} \quad (4.6)$$

Per tant, com que  $\vec{k} \wedge \vec{H} = (H_{0x} \vec{j} - H_{0y} \vec{i}) \cdot f \left( t - \frac{z}{c} \right)$  arribem a l'expressió (4.2.a):

$$\vec{E} = (E_{0x} \vec{i} + E_{0y} \vec{j}) \cdot f \left( t - \frac{z}{c} \right) = \left( \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_{0y} \vec{i} - \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_{0x} \vec{j} \right) \cdot f \left( t - \frac{z}{c} \right) = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \vec{k} \times \vec{H}$$

I similarment, com que  $\vec{k} \wedge \vec{E} = (E_{0x} \vec{j} - E_{0y} \vec{i}) \cdot f \left( t - \frac{z}{c} \right)$  trobem l'expressió (4.2.b)

$$\vec{H} = (H_{0x} \vec{i} + H_{0y} \vec{j}) \cdot f \left( t - \frac{z}{c} \right) = \left( -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_{0y} \vec{i} + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_{0x} \vec{j} \right) \cdot f \left( t - \frac{z}{c} \right) = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{k} \times \vec{E}$$

Per tant acabem de demostrar els camps elèctric i magnètic donats per les expressions (4.2.a) i (4.2.b) respectivament i que són modes TEM de propagació són solució de les equacions de Maxwell.

Ara volem simplificar el conjunt de variables a resoldre, per això volem veure que per poder generar una ona TEM n'hi ha prou amb uns potencials descrits segons:

$$V(\vec{r}, t) = v(x, y) \cdot f \left( t \mp \frac{z}{c} \right) \quad (4.7.a)$$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{k} \cdot \frac{1}{c} V(\vec{r}, t) \quad (4.7.b)$$

on  $v(x, y)$  és perpendicular a la direcció de propagació i compleix l'equació de Laplace

$\nabla_T^2 v(x, y) = 0$ , de manera que l'ona TEM es podrà definir com:

$$\vec{E} = -\nabla_T V(\vec{r}, t) \quad (4.8.a)$$

$$\vec{H} = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{k} \times \nabla_T V(\vec{r}, t) \quad (4.8.b)$$

Així, amb les definicions de les expressions (4.8.a) per al camp elèctric i (4.8.b) per al camp magnètic reduïm la complexitat del problema a tractar [12-13].

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

Per veure aquesta demostració, sabem que el camp elèctric es pot expressar com

$$\vec{E} = \nabla V(\vec{r}, t) - \frac{\partial}{\partial t} \vec{A}(\vec{r}, t), \text{ per tant, substituint el potencial vector per l'expressió (4.7.b)}$$

$$\text{arribem a } \vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} - \left( \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial V}{\partial t} \right) \vec{k} = -\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} = -\nabla_T V(\vec{r}, t) \text{ que és}$$

$$\text{l'expressió (4.8.a), ja que com el factor } f \text{ és de la forma } f\left(t - \frac{z}{c}\right) \text{ llavors } \frac{\partial}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}.$$

$$\text{A més el camp magnètic serà de la forma } \vec{H} = \frac{\vec{\nabla} \times \vec{A}}{\mu}, \text{ de manera que fent la divergència}$$

$$\text{del potencial vector queda } \vec{H} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial y} V(\vec{r}, t) \vec{i} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial x} V(\vec{r}, t) \vec{j} \right) \text{ i com que } \frac{1}{c} = \sqrt{\epsilon\mu},$$

$$\text{llavors queda } \vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left( \frac{\partial}{\partial y} V(\vec{r}, t) \vec{i} - \frac{\partial}{\partial x} V(\vec{r}, t) \vec{j} \right) = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \vec{k} \times \nabla_T V(\vec{r}, t), \text{ que és la}$$

definició del camp magnètic segons l'expressió (4.8.b).

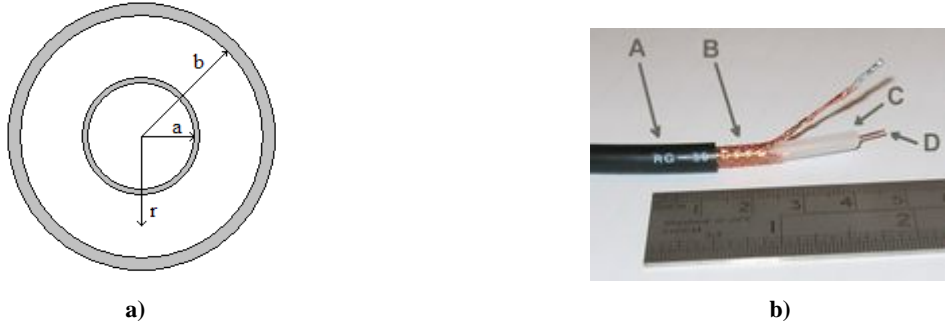
Per tant, acabem de veure com hem passat d'un camp elèctric i un camp magnètic que són modes de propagació TEM i solució de les equacions a Maxwell a uns altres dos camps que també ho són però que a més són molt més senzills, ja que només depenen del potencial escalar i del potencial vector. De manera que hem simplificat una mica el problema a tractar.

### **4.1.2 Cable coaxial**

Com hem dit abans, la propagació que és dóna en cable coaxial és una propagació TEM, que ha més simplifica el nostre estudi ja que només cal solucionar la tensió i el corrent en la direcció de propagació.

Un cable coaxial, com el que es mostra en la figura 4.1.2.1, consisteix en dos conductors concèntrics, tal que el conductor central està format per un fil sòlid o un trenat de coure i el conductor exterior està format per una malla trenada de coure o alumini que produeix un efecte de cuirassa i a més també serveix per a retorn de les corrents. Entre tots dos conductors hi ha una capa d'aïllant, el dielèctric. Suposarem que tenim un cable coaxial ideal, es a dir, que no tindrem en compte les pèrdues.

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions



**Figura 4.1.2.1:** a) Secció transversal cable coaxial. b) Cable coaxial RG-59 on A és la coberta protectora, B és la malla de coure, C és l'aïllant i D és nucli de coure

Per al cable coaxial de la figura 4.1.2.1.a, que té un radi intern  $a$  i un radi extern  $b$ , amb una permeabilitat del dielèctric  $\varepsilon$ , el camp elèctric es pot expressar com:

$$\vec{E} = \frac{V_0}{\ln(b/a)} \frac{1}{r} \vec{u}_r \quad (4.9)$$

on  $a < r < b$  i  $\vec{u}_r$  indica coordenades cilíndriques, de manera que obtenim una expressió encara més senzilla per al camp elèctric que la que teníem en l'expressió (4.8.a), ja que ara només depèn de la geometria del cable coaxial [12-13].

Sabem que en el cable coaxial el camp elèctric no depèn ni de  $z$  ni de l'angle  $\theta$  en coordenades cilíndriques. Si posem dos cilindres concèntrics al cable coaxial tal que  $a < r_1 < r_2 < b$ , llavors segons la llei de Gauss tenim que:

$$\int_{S_1} \vec{D}(\vec{r}_1) \cdot \vec{u}_r \cdot ds = cte = \int_{S_2} \vec{D}(\vec{r}_2) \cdot \vec{u}_r \cdot ds \quad (4.10)$$

per tant el vector desplaçament en  $r_1$  es pot expressar com  $D(r_1) = \frac{cte}{2\pi r_1}$ , i per poder

avaluar el valor de la constant tenim que  $\int_{r=a}^{r=b} \vec{E} \cdot \vec{u}_r \cdot d\vec{r} = V_0$ , i a més sabem que  $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ ,

així tenim:

$$V_0 = \int_a^b \frac{cte}{2\pi \varepsilon r} d\vec{r} = \frac{cte}{2\pi \varepsilon} \int_a^b \frac{1}{r} d\vec{r} = \frac{cte}{2\pi \varepsilon} \ln(b/a) \quad (4.11)$$

de manera que la constant val  $cte = \frac{2\pi \varepsilon \cdot V_0}{\ln(b/a)}$ , i per tant el camp elèctric el podem

descriure com  $\vec{E} = \frac{V_0}{\ln(b/a)} \frac{1}{r} \vec{u}_r$  que és el de l'expressió (4.9). Així, acabem de veure

que el camp elèctric dins del cable coaxial només depèn de la geometria d'aquest cable,

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

cosa que fa que la seva expressió sigui molt senzilla. A partir del camp elèctric que acabem de trobar per al cable coaxial és fàcil demostrar que [12-13]:

$$\text{la densitat de càrrega en la superfície } a \text{ és: } \sigma(a) = \frac{\varepsilon \cdot V_0}{a \cdot \ln(b/a)} \left[ \frac{C}{m^2} \right] \quad (4.12.a)$$

$$\text{la densitat de càrrega en la superfície } b \text{ és: } \sigma(b) = -\frac{\varepsilon \cdot V_0}{b \cdot \ln(b/a)} \left[ \frac{C}{m^2} \right] \quad (4.12.b)$$

$$\text{i la capacitat per unitat de longitud és: } C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)} \left[ \frac{F}{m} \right] \quad (4.12.c)$$

En la discontinuïtat de  $r = a$  tenim per Gauss que  $D(a) \cdot A = \sigma \cdot A \Rightarrow D(a) = \sigma$ , per tant substituint el valor del vector desplaçament tenim que la densitat de càrrega a la superfície  $a$  és  $\sigma(a) = \frac{\varepsilon \cdot V_0}{a \cdot \ln(b/a)}$  que és l'expressió (4.12.a).

Similarment en la discontinuïtat de  $r = b$  tenim  $-D(b) = \sigma(b)$ , per tant, la densitat de càrrega a la superfície  $b$  és  $\sigma(b) = -\frac{\varepsilon \cdot V_0}{b \cdot \ln(b/a)}$  que és l'expressió (4.12.b).

Així, amb aquestes dues expressions tenim que la càrrega per unitat de longitud és  $Q = 2\pi a \sigma(a) = \frac{2\pi\varepsilon V_0}{\ln(b/a)}$  o bé  $Q = 2\pi b \sigma(b) = \frac{2\pi\varepsilon V_0}{\ln(b/a)}$ , on el signe negatiu l'hem tret perquè considerem que és  $-Q$ . Per tant, com que la càrrega per unitat de longitud és  $Q = C \cdot V_0$ , llavors la capacitat per unitat de longitud  $C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}$  que és la de l'expressió (4.12.c).

Ara volem passar a estudiar la corrent de conducció i la tensió en el cable a partir del camp elèctric de l'expressió (4.9) per tal de poder simplificar encara més el nostre problema. Es pot veure que el corrent de conducció que circula per l'interior d'un cable coaxial i el voltatge entre l'interior i l'exterior és [12-13]:

$$I_c = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{2\pi \cdot V_0}{\ln(b/a)} f\left(t - \frac{z}{c}\right) \quad (4.13.a)$$

$$V_{ab} = V_0 \cdot f\left(t - \frac{z}{c}\right) \quad (4.13.b)$$

on la relació que s'estableix entre tots dos, és a dir, la impedància és:

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{\ln(b/a)}{2\pi} \quad (4.13.c)$$

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

Comencem primer per veure l'expressió del corrent de conducció. Sabem que el camp elèctric és  $\vec{E} = \frac{V_0}{\ln(b/a)} \frac{1}{r} \vec{u}_r \cdot f\left(t - \frac{z}{c}\right)$  segons l'expressió (4.9) i el camp magnètic segons l'expressió (4.2.b) és  $\vec{H} = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{V_0}{\ln(b/a)} \frac{1}{r} \cdot f\left(t - \frac{z}{c}\right) \cdot \vec{k} \times \vec{u}_r$ , on  $\vec{k} \times \vec{u}_r \equiv \vec{u}_\theta$ , de manera que a partir de la llei de Maxwell de l'expressió (4.1.a) tenim que:

$$\int_S \vec{\nabla} \wedge \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_S \vec{J}_c \cdot d\vec{s} + \int_S \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{s} = I_c \quad (4.14)$$

on el segon terme de la part dreta és zero ja que  $\vec{E} \perp d\vec{s}$ . Per tant  $I_c$  conté la conducció a l'interior del metall, on no hi ha corrent de desplaçament per que dins del metall  $\vec{E} = 0$ . El terme del costat esquerre de l'expressió (4.14) el podem transformar en una integral de circuit tancat i queda,  $\int_S \vec{\nabla} \wedge \vec{H} \cdot d\vec{s} = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \vec{H}_\theta \cdot \vec{a}_\theta \cdot r d\varphi \cdot \vec{a}_\theta = 2\pi r \cdot |\vec{H}_\theta| = I_c$ , per tant substituint en aquest resultat l'expressió del camp magnètic trobem que el corrent de conducció és  $I_c = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{2\pi \cdot V_0}{\ln(b/a)} f\left(t - \frac{z}{c}\right)$  que és l'expressió (4.13.a).

Tenim que la tensió en un punt global del pla  $z$  entre l'interior i l'exterior del cilindres que formen el cable coaxial és  $V_{ab} = V_0 \cdot f\left(t - \frac{z}{c}\right)$ , de manera que la impedància entre tensió i corrent és  $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\ln(b/a)}{2\pi}$  que és l'expressió (4.13.b). Veiem que la impedància és independent del pla  $z$  i de la freqüència, de manera que  $V_{ab} = Z \cdot I_c$ .

Aquest valors trobats per a la corrent de conducció  $I_c$  i la tensió a l'interior del cable  $V_{ab}$  els podem identificar com a solucions d'un sistema tal que compleixi les equacions [12-13]:

$$\frac{\partial V_{ab}}{\partial z} = -L \frac{\partial I_c}{\partial t} \quad (4.15.a)$$

$$\frac{\partial I_c}{\partial z} = -C \frac{\partial V_{ab}}{\partial t} \quad (4.15.b)$$

Si fem la derivada de  $z$  a l'expressió de la llei d'Ohm que ens relacions corrent i tensió tenim que  $\frac{\partial V_{ab}}{\partial z} = Z \frac{\partial I_c}{\partial z} = -Z \sqrt{\mu\epsilon} \frac{\partial I_c}{\partial t}$ , on  $\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} = -\sqrt{\epsilon\mu} \frac{\partial}{\partial t}$ , de manera que

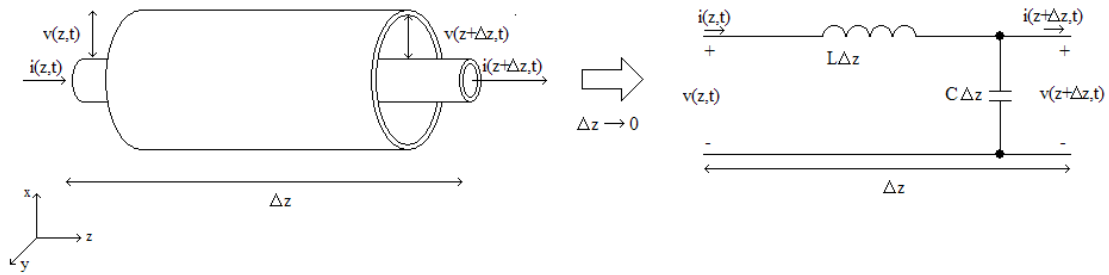
## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

si definim  $L \equiv Z\sqrt{\mu\epsilon}$  arribem a l'expressió (4.15.a) on la inductància per unitat de longitud queda descrita segons  $L = \mu \frac{\ln(b/a)}{2\pi}$ .

Similarment tenim  $\frac{\partial V_{ab}}{\partial z} = -\sqrt{\mu\epsilon} \frac{\partial V_{ab}}{\partial t} = Z \frac{\partial I_c}{\partial z} \Rightarrow \frac{\partial I_c}{\partial z} = -\frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z} \frac{\partial V_{ab}}{\partial t}$  i si definim  $C \equiv \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z}$  arribem a l'expressió (4.15.b) on la capacitat per unitat de longitud està descrita segons  $C = \epsilon \frac{2\pi}{\ln(b/a)}$ .

Per tant, acabem de veure com a partir de les expressions (4.15.a) i (4.15.b) més la relació que s'estableix entre corrent de conducció i tensió a l'interior del cable, les variables de tensió i corrent queden definides únicament per la geometria del cable coaxial.

Ara volem acabar veient quin és el model equivalent al cable coaxial. Les derivades espaials de les expressions (4.15.a) i (4.15.b) les podem escriure com a diferències finites, això és fent tendir  $\Delta z$  a zero, tenim  $V_{ab}(z + \Delta z) + L \frac{\partial I_c}{\partial t} \Delta z = V_{ab}(z)$  i  $I_c(z + \Delta z) + C \frac{\partial V_{ab}}{\partial t} \Delta z = I_c(z)$ .



**Figura 4.1.2.2.:** Model equivalent cable coaxial.

Així com es mostra en la figura 4.1.2.2 el model equivalent per al cable coaxial varia en funció de la direcció de propagació  $z$  ja que la corrent varia en funció del valor de la tensió. Així veiem com el nostre problema passa per resoldre la tensió i el corrent que només depenen de la direcció de propagació  $z$ .

## **4.2 Propagació transversal electromagnètica en cables reals**

Fins ara hem vist la propagació electromagnètica en cables ideals, sense tenir en compte les pèrdues que es produeixen en la propagació del senyal. En aquest apartat tractarem les pèrdues tant el dielèctric com en el conductor. Deduirem quines són les pèrdues en el dielèctric i estudiarem l'efecte de les pèrdues en el conductor.

### **4.2.1 Pèrdues del dielèctric**

Ara volem avaluar les pèrdues en el dielèctric que es produeixen en el cable. Suposem que estem en un medi lineal i isòtrop, de manera que es compleixen les relacions  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ ,  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  i  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ . Desenvolupant l'equació de Maxwell de la expressió (4.1.b) tenim que al aplicar la divergència als dos costats de la igualtat queda:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.16)$$

El terme de l'esquerra es pot expressar mitjançant les propietats de la divergència com  $\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{E} - \nabla^2 \vec{E}$  i amb la llei de Maxwell de l'expressió (4.1.c) i les propietats del medi podem substituir el valor del camp elèctric de manera que l'equació anterior queda  $\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \vec{\nabla} \frac{\rho}{\epsilon} - \nabla^2 \vec{E}$ . El terme de la dreta s'expressa

com  $-\vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \mu \vec{H}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \wedge \vec{H}$  i aplicant la llei de Maxwell de l'expressió

(4.1.a) tenim  $-\vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$  i si substituïm la conducció per el seu valor

queda  $-\vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ . Amb aquests resultats l'expressió (4.16) queda:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla} \rho - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4.17)$$

Ara volem trobar una expressió similar per al camp magnètic. Si apliquem la divergència als dos costats de l'expressió (4.1.a) tenim:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{\nabla} \wedge \vec{J} + \vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4.18)$$

de les propietats de la divergència tenim per al terme de l'esquerra de l'expressió que  $\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{H} - \nabla^2 \vec{H}$  i de la llei de Maxwell de l'expressió (4.1.d) sabem que el primer terme del costat dret és nul, així que queda  $\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = -\nabla^2 \vec{H}$ . Per al segon



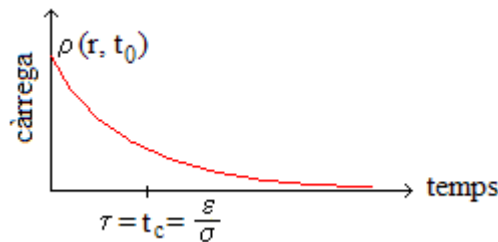
Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

terme de l'expressió (4.18) tenim que de les igualtats del corrent de conducció i de desplaçament queda  $\vec{\nabla} \wedge \vec{J} + \vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \mu \vec{\nabla} \wedge \vec{E} + \varepsilon \vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ , i de la propietat lineal de la divergència tenim  $\vec{\nabla} \wedge \vec{J} + \vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \sigma \vec{\nabla} \wedge \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \wedge \vec{E}$ , i amb de la llei de Maxwell de l'expressió (4.1.b) i la linealitat del camp magnètic tenim  $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ , tal que queda  $\vec{\nabla} \wedge \vec{J} + \vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = -\mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$ , així que substituint aquests resultats en l'expressió (4.18) finalment tenim:

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (4.19)$$

Però veiem que les expressions que acabem de trobar per al camp elèctric de l'expressió (4.17) i el camp magnètic de l'expressió (4.19) no tenen exactament la mateixa forma, ja que per al camp elèctric ens apareix un terme de més que és  $\frac{1}{\varepsilon} \vec{\nabla} \rho$ . Si fem que la divergència de la càrrega sigui nul·la llavors si que tindrem dues expressions molt similars per al camp elèctric i el camp magnètic. Anem a veure-ho.

Sabem per l'equació de continuïtat de la càrrega lliure que  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$  i de les propietats de linealitat del corrent de conducció i de desplaçament això queda com  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \sigma \vec{E} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sigma \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sigma \frac{\rho}{\varepsilon}$ . De manera que la solució d'aquesta equació és una exponencial decreixent amb el temps de la forma  $\rho(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t_0) e^{-t/t_c}$  on la constant de temps  $t_c = \varepsilon/\sigma$  s'entén com el temps que triga el sistema a posar la càrrega a zero. En la figura 4.2.1.1 tenim una representació de l'evolució de la càrrega al llarg del temps.



**Figura 4.2.1.1:** Evolució de la càrrega en funció del temps.

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

Per tant, es pot considerar la divergència de la càrrega lliure nul·la  $\vec{\nabla} \rho = 0$ . De manera que l'expressió per al camp elèctric la podem aproximar per:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4.20)$$

De manera que ara si que tenim un camp elèctric i un camp magnètic definits de la mateixa forma, que és l'equació d'ones del camp elèctric i del camp magnètic [12].

Recordem l'equació d'ones al buit per al camp elèctric és  $\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$ , i si comparem aquesta equació amb el resultat obtingut tenim que:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \left( 1 + \int_{-\infty}^t dt' \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (4.21)$$

De manera que la constant dielèctrica que teníem abans passa a ser:

$$\epsilon \rightarrow \epsilon \left( 1 + \int_{-\infty}^t dt' \frac{\sigma}{\epsilon} \right) \quad (4.22)$$

Per tant, l'equació del corrent que teníem de l'expressió (4.15.b) quan no teníem en compte les pèrdues era  $\frac{\partial I_c}{\partial z} = -\frac{\epsilon 2\pi}{\ln(b/a)} \frac{\partial V_{ab}}{\partial t}$ , i substituïm la constant dielèctrica  $\epsilon$  per al nou valor trobat tenim:

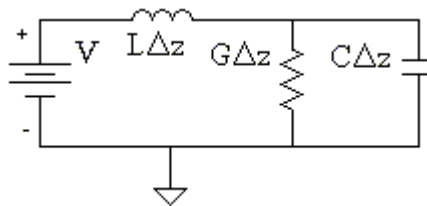
$$\frac{\partial I_c}{\partial z} = -\frac{\epsilon 2\pi}{\ln(b/a)} \frac{\partial V_{ab}}{\partial t} - \frac{\sigma 2\pi}{\ln(b/a)} \int_{-\infty}^t dt' \frac{\partial V_{ab}}{\partial t} \quad (4.23)$$

I si desenvolupem la integral d'aquesta equació finalment obtenim:

$$\frac{\partial I_c}{\partial z} = -\frac{\epsilon 2\pi}{\ln(b/a)} \frac{\partial V_{ab}}{\partial t} - \frac{\sigma 2\pi}{\ln(b/a)} V_{ab}(t) \quad (4.24)$$

De manera que el resultat que acabem de trobar és la llei d'Ohm per a un condensador amb una conductivitat en paral·lel, així que el circuit equivalent per modelar les pèrdues en el dielèctric és el que es mostra en la figura 4.2.1.2, on els valors

de C i G són  $C\Delta z = \frac{\epsilon 2\pi}{\ln(b/a)}$  i  $G\Delta z = \frac{\sigma 2\pi}{\ln(b/a)}$ .

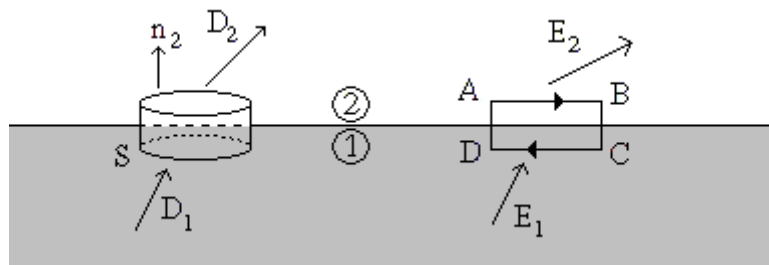


**Figura 4.2.1.2:** Circuit equivalent per simular les pèrdues en el dielèctric.

Per tant, veiem en el nostre circuit equivalent, les pèrdues en el conductor les podem modelitzar amb una conductància paral·lel a la capacitat, on el seu valor depèn de la geometria.

#### 4.2.2 Pèrdues en el conductor

Ara falta per veure com afecten les pèrdues en el conductor, i com es poden modelitzar. En un conductor perfecte sabem que la conductivitat és infinita de manera que en el producte  $J = \sigma E$ , el camp elèctric a l'interior del conductor es pot menysprear. Però en un conductor real, tenim que la conductivitat és finita, de manera que la contribució el camp elèctric en l'interior del conductor s'ha de tenir en compte.



**Figura 4.2.2.1:** Dibuix esquemàtic per considerar les pèrdues en el conductor.

Volem veure la continuïtat del camp elèctric al canviar de medi, per això considerem que tenim dos medis en contacte, 1 i 2 com es veu en la figura 4.2.2.1. Suposem que hi ha una densitat superficial de càrrega externa,  $\sigma$ , que pot variar d'un punt a un altre de la zona. Construïm una caixa de superfície  $S$  que intersecta aquesta zona i conté un àrea  $\Delta S$  d'aquesta zona, sent l'alçada de la caixa menyspreable respecte la base. La càrrega tancada per la superfície  $S$  és  $\sigma \Delta S + \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2) \times \text{volum}$ , però el volum de la caixa és menyspreable, de manera que podem eliminar el segon terme. Aplicant la llei de Gauss a  $S$  tenim  $\sigma \Delta S = D_2 n_2 \Delta S + D_1 n_1 \Delta S$ , o el que és el mateix:

$$\sigma = (D_2 - D_1) n_2 \quad (4.25)$$

De manera que si hi ha càrrega a la zona entre els dos medis, la component normal del desplaçament elèctric  $D$  és contínua [13].

Com el camp elèctric  $E$  és pot obtenir com menys el gradient d'un potencial, la integral de línia de  $E \cdot dl$  al voltant de qualsevol trajectòria tancada és nul·la. Si apliquem aquest resultat a la trajectòria rectangular que tenim en la figura 4.2.2.1, suposant igual

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

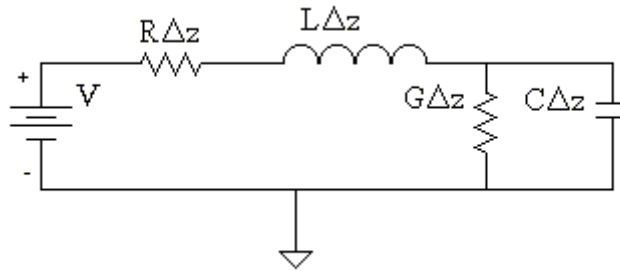
que abans que l'alçada és menyspreable respecte la longitud tenim  $E_2\Delta l - E_1\Delta l = 0$  que també es pot expressar com:

$$(E_2 - E_1)\Delta l = 0 \quad (4.26)$$

de manera que trobem que  $E_{2t} = E_{1t}$ , és a dir, la component tangencial del elèctric és contínua al travessar la zona que separa els dos medis [13].

Si traslладem això al nostre problema tenim que la component tangencial és nul·la, perquè és un mode TEM, de manera que dins de la nostra línia la component tangencial també serà nul·la. Per tant, dins de la línia tenim que la potència lliurada a la càrrega lliure per unitat de volum és nul·la, ja que el producte  $J \cdot E$  serà zero, perquè la corrent  $J$  només té la component tangencial.

La manera que tenim de modelitzar “ad hoc” aquestes pèrdues en el conductor és posant en el circuit equivalent una resistència en sèrie amb la bobina. En la figura 4.2.2.2 es mostren tant les pèrdues en el dielèctric com les de conductor, on  $G\Delta z$  representa les pèrdues finites en el dielèctric i  $R\Delta z$  es deu a la conductància finita dels conductors.



**Figura 4.2.2.2:** Circuit equivalent per simular les pèrdues tant en el dielèctric com en el conductor.

De manera que les equacions resultants al considerar les pèrdues són:

$$-\frac{\partial}{\partial z}V_{ab}(z,t) = L\frac{\partial}{\partial t}I_a(z,t) + RI_a(z,t) \quad (4.27)$$

$$-\frac{\partial}{\partial z}I_a(z,t) = C\frac{\partial}{\partial t}V_{ab}(z,t) + GV_{ab}(z,t) \quad (4.28)$$

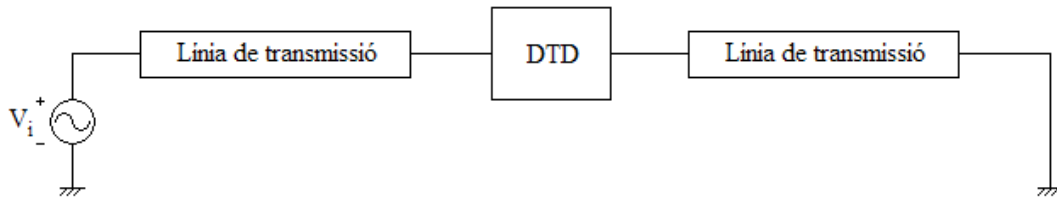
Així que hi ha diverses imperfeccions en les guies d'ona TEM reals, la primera és la conductivitat no nul·la en el dielèctric, que es modela introduint una conductància  $G$  en paral·lel a la capacitat. Les pèrdues en el dielèctric no destrueixen la naturalesa de les ones TEM. La segona és que les guies d'ona TEM utilitza conductors molt bons, però no perfectes, ja que la conductivitat d'aquests no és infinita, i això afecta al

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

comportament de les guies d'ona i atenua la potència transmesa, el que es coneix com *skin effect*. Per tenir en compte les pèrdues en el conductor acabem de veure que s'ha d'introduir la resistència  $R$  en sèrie amb la inductància. La presència d'aquestes resistències en sèrie destrueix la naturalesa exacta de les ones TEM, ja que aquestes necessiten una component longitudinal del camp elèctric. I finalment, un altre tipus de distorsió de les d'ona TEM és la deguda a que la permitivitat de la conductància de la línia de transmissió depenen de la freqüència, però per a les nostres aplicacions (al voltant del THz) aquesta dispersió no es tindrà en compte. [12-13]

## 5 Resolució de la propagació electromagnètica amb diferències finites

Volem estudiar l'efecte de les connexions en el transport electrònic quan la freqüència es troba al voltant dels THz. Com ja hem explicat abans, el sistema global que estudiarem és el nou concepte de dispositiu elaborat pel departament d'Enginyeria Electrònica i que s'anomena DTD més les connexions que uneixen un dels seus terminals a una font i un altre a terra. De manera que les connexions seran dues línies de transmissió que simulen el cable coaxial, tal i com es mostra en la figura 5.1.



**Figura 5.1:** Representació esquemàtica del sistema.

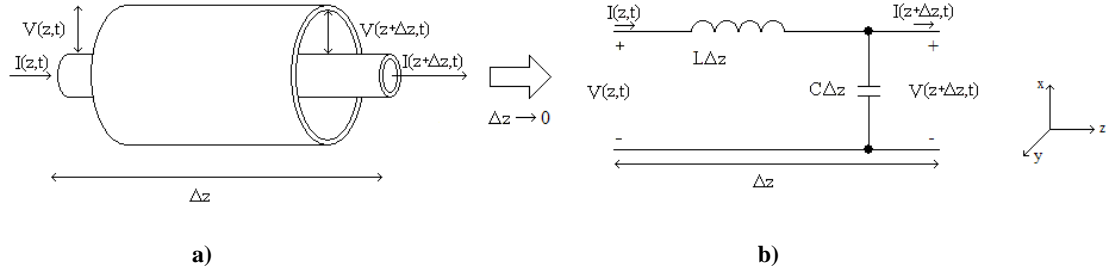
Com es veurà en el que segueix d'aquest apartat, per a representar la línia de transmissió es farà servir el model de paràmetres distribuïts, veient primer el model sense pèrdues i després introduint les pèrdues. Per descriure el sistema s'ha desenvolupat un programa en llenguatge FORTRAN, on l'algoritme utilitzat per resoldre tot el conjunt del sistema és l'algoritme de diferències finites, amb una representació matricial per al sistema d'equacions.

### 5.1 Model de paràmetres distribuïts

#### 5.1.1 Model de paràmetres distribuïts sense pèrdues

Com ja en vist al estudiar la propagació ideal d'ones TEM, la línia de transmissió es pot substituir per un circuit consistent en una bobina i un condensador, és el que s'anomena el model de paràmetres distribuïts. En la figura 5.1.1.1.a tenim la representació d'una secció de la línia de transmissió que es pot representar amb el model de paràmetres distribuïts de la figura 5.1.1.b. Com es pot veure tant la tensió com el corrent depenen de la posició. Cal notar que les valors de les bobines i capacitats són per unitat de longitud, ja que depenen de la longitud de la secció de línia.

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions



**Figura 5.1.1.1:** Representació esquemàtica de la línia de transmissió ideal. **a)** Secció de la línia de transmissió on el corrent i la tensió depenen de la posició. **b)** Representació amb el model de paràmetres distribuïts de una secció de línia de transmissió.

El circuit equivalent de la figura 5.1.1.1.b no hauria de tenir distorsió, però com  $\Delta z$  no és exactament zero el circuit presenta distorsió a partir d'una certa freqüència, la que s'anomena freqüència de Bragg que més endavant veurem. Així el circuit equival a un filtre passabaixos, ja que per a freqüències petites la bobina de valor  $L\Delta z$  es comporta com un curtcircuit i el condensador de valor  $C\Delta z$  com un circuit obert, i, en canvi per a freqüències altes passa tot el contrari, la bobina es comporta com un circuit obert i el condensador com un curtcircuit. Veiem com si  $\Delta z$  fos igual a zero, la bobina sempre es comportaria com un curtcircuit i el condensador com un circuit obert [14].

Per veure que es compleixen les equacions (4.15.a) i (4.15.b) deduïdes en l'apartat anterior n'hi ha prou amb aplicar les lleis de Kirchhoff per al corrent i la tensió, de manera que s'obté:

$$V(z,t) - L\Delta z \frac{\partial I(z,t)}{\partial t} - V(z+\Delta z,t) = 0 \quad (5.1)$$

$$I(z,t) - C\Delta z \frac{\partial V(z+\Delta z,t)}{\partial t} - I(z+\Delta z,t) = 0 \quad (5.2)$$

Només cal dividir totes dues expressions per  $\Delta z$  i després fem tendir  $\Delta z$  a zero, de manera que s'obté la derivada de la tensió i el corrent respectivament i s'arriba a les equacions comentades, que recordem eren:

$$\frac{\partial V(z,t)}{\partial z} = -L \frac{\partial I(z,t)}{\partial t} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z} = -C \frac{\partial V(z,t)}{\partial t} \quad (5.4)$$

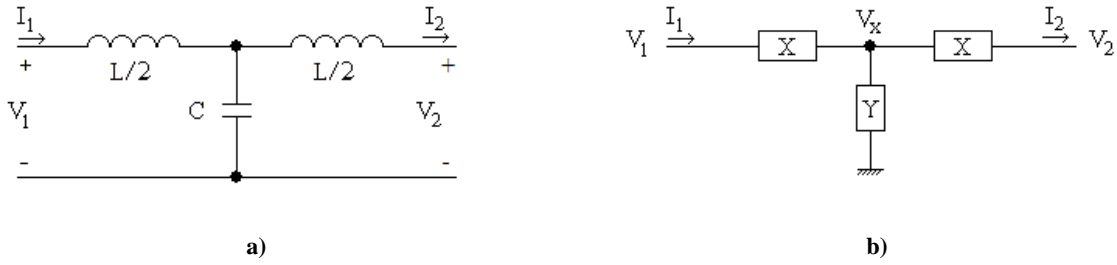
Per tant veiem com aquest model descriu perfectament la nostra línia de transmissió.

### 5.1.2 Limitacions del model distribuït: freqüència de Bragg

Ja hem comentat que la freqüència de Bragg marca el límit a partir del qual ja no hi ha propagació, degut a que al discretitzar en l'espai per a fer el model equivalent, la diferència en  $z$  és molt petita però no nul·la. Suposem que tenim una estructura periòdica formada per  $n$  estructures com al de la figura 5.1.1.1.b, llavors definim  $C_t = C\Delta z$  i  $L_t = L\Delta z$ , de manera que la freqüència de Bragg ve donada per l'expressió:

$$f_{Bragg} = \frac{1}{\pi\sqrt{L_t C_t}} \quad (5.5)$$

Per veure que la freqüència de Bragg marca aquest límit, definim un circuit equivalent al de la figura 5.1.1.1.b amb dues bobines i un condensador tal i com es mostra en la figura 5.1.2.1.



**Figura 5.1.2.1:** a) Representació esquemàtica del circuit equivalent del model de paràmetres distribuïts.

b) Representació en règim permanent sinusoïdal

Busquem la matriu que compleixi la relació:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

En règim permanent sinusoïdal podem substituir la representació de la figura 5.1.2.1.b, on  $X = \frac{j\omega L}{2}$  i  $Y = \frac{1}{j\omega C}$ . De manera que aplicant la llei d'Ohm tenim per a les tres impedàncies tenim:

$$V_1 - V_x = XI_1 \quad (5.7.a)$$

$$V_x - V_2 = XI_2 \quad (5.7.b)$$

$$V_x = Y(I_1 - I_2) \quad (5.7.c)$$

Així que si substituïm el valor de  $V_x$  de l'expressió (5.7.c) en les altres dues tenim:

$$V_1 = XI_1 + YI_1 - YI_2 = (X + Y)I_1 - YI_2 \quad (5.8.a)$$



Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

$$V_2 = YI_1 - YI_2 - XI_2 = YI_1 - (X + Y)I_2 \quad (5.8.b)$$

De manera que a partir d'aquestes expressions obtenim la tensió  $V_1$  i el corrent  $I_1$  en funció de les altres dues variables. A partir de l'expressió (5.8.b) tenim  $I_1$  que és:

$$I_1 = \frac{V_2}{Y} + \frac{X+Y}{Y} I_2 \quad (5.9.a)$$

I substituint  $I_1$  de l'expressió (5.8.a) per el que acabem de trobar obtenim  $V_1$ , que és:

$$V_1 = (X + Y) \left( \frac{V_2}{Y} + \frac{X+Y}{Y} I_2 \right) - YI_2 = \left( \frac{X}{Y} + 1 \right) V_2 + \left( \frac{X^2}{Y} + 2X \right) I_2 \quad (5.9.b)$$

Per tant, la matriu de l'expressió (5.6) és:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{X}{Y} & 2X + \frac{X^2}{Y} \\ \frac{1}{Y} & 1 + \frac{X}{Y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = e^{j\beta} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Si volem que hi hagi propagació sense atenuació llavors s'ha de complir que  $V_2 = V_1 e^{-j\beta}$  i  $I_2 = I_1 e^{-j\beta}$ , per tant les solucions de l'equació (5.10) han de ser de la forma:

$$\left( \begin{bmatrix} 1 + \frac{X}{Y} & 2X + \frac{X^2}{Y} \\ \frac{1}{Y} & 1 + \frac{X}{Y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e^{j\beta} & 0 \\ 0 & e^{j\beta} \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

I per trobar la solució en el sistema d'equacions descrits en l'expressió (5.11) el determinant de la matriu ha de ser igual a zero, és a dir:

$$\det \begin{vmatrix} 1 + \frac{X}{Y} - e^{j\beta} & 2X + \frac{X^2}{Y} \\ \frac{1}{Y} & 1 + \frac{X}{Y} - e^{j\beta} \end{vmatrix} = 0 \quad (5.12)$$

Així que si resollem aquest determinant tenim  $\left(1 + \frac{X}{Y} - e^{j\beta}\right)^2 - \left(2X + \frac{X^2}{Y}\right) \cdot \frac{1}{Y} = 0$ , que

acaba sent  $e^{2j\beta} - 2\left(1 + \frac{X}{Y}\right)e^{j\beta} + 1 = 0$ , que es una equació de segon ordre tal i que la

seva solució és  $e^{j\beta} = \left(1 + \frac{X}{Y}\right) \pm \sqrt{\left(1 + \frac{X}{Y}\right)^2 - 1} = Z \pm \sqrt{Z^2 - 1}$ , on  $Z$  està definit segons

$Z = 1 + \frac{X}{Y} = 1 + \frac{j\omega L/2}{1/j\omega C} = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2}$ , i si volem que  $e^{j\beta}$  sigui complex, llavors  $Z^2 - 1 < 0$

de manera que  $Z^2 < 1 \Rightarrow |Z| < 1 \Rightarrow -1 < Z < 1$ , per tant tenim  $-1 < 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} < 1$  de manera que tenim dues solucions per a la freqüència que són:

$$\frac{\omega^2 LC}{2} > 0 \quad (5.13.a)$$

$$\omega^2 < \frac{4}{LC} \quad (5.13.b)$$

Però la solució de l'expressió (5.13.a) passa sempre, de manera que de l'expressió (5.13.b) obtenim l'expressió de la freqüència de Bragg que mostràvem a l'expressió (5.5) [13-14].

És important notar que per a diferències espacials “infinitament” petites (veure figura 5.1.1.1), els valors de L i C es fan “infinitament” petits també i la freqüència de Bragg és “infinita”. És a dir, una ona TEM ideal no presenta atenuació a cap freqüència. De manera que acabem de veure una limitació d'aquest model de paràmetres distribuïts, però no de la propagació TEM.

### 5.1.2.1 Exemple freqüència de Bragg

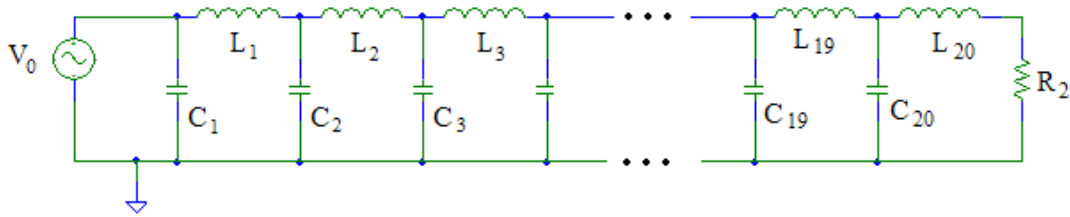
És fàcil veure aquesta limitació amb un clar exemple. Suposem que tenim una línia de transmissió definida per 20 malles idèntiques com les de la figura 5.1.1.1.a i amb una resistència de càrrega de  $R_L = 50 \Omega$  (figura 5.1.2.2) tal que L i C per unitat de

longitud estan definits segons  $L = Z\sqrt{\mu\epsilon} = \mu \frac{\ln(b/a)}{2\pi}$  i  $C = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z} = \epsilon \frac{2\pi}{\ln(b/a)}$  on

$\epsilon = \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ m/F}$ ,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ m/H}$ , i suposem la impedància de la línia és  $Z = 50 \Omega$ , així els valors de les bobines i les capacitats són  $L = 1.67 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$  i  $C = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ F/m}$ . La longitud de cada malla és  $\Delta z = 10^{-4} \text{ m}$  de manera que la longitud total de la línia és  $W = n \cdot \Delta z = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2 \text{ mm}$ , i els valors de la inductància total i de la capacitat total són  $L_t = L\Delta z = 16.7 \text{ pH}$  i  $C_t = C\Delta z = 6.67 \text{ fF}$  respectivament, tal que segons l'expressió (5.5), la freqüència de Bragg per aquest circuit és

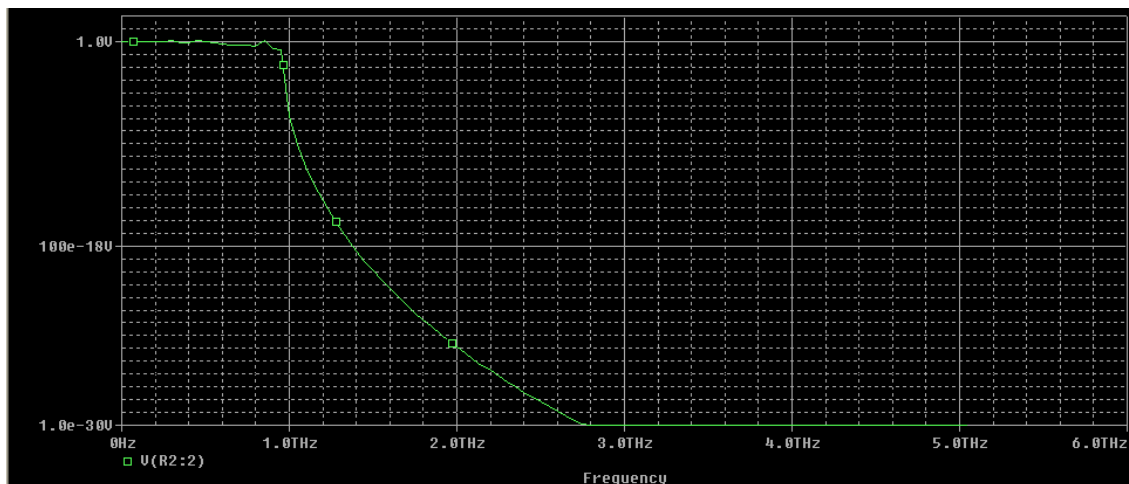
$$f_{\text{Bragg}} = \frac{1}{\pi\sqrt{L_t C_t}} \approx 1 \text{ THz.}$$

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions



**Figura 5.1.2.2:** Representació esquemàtica del circuit a simular per trobar la freqüència de Bragg on la tensió d'entrada és una senyal sinusoidal de 1V d'amplitud i una freqüència de 1 GHz.

Si simulem aquest circuit amb el PSPICE i fem l'estudi en AC, obtenim per al senyal de sortida:



**Figura 5.1.2.3:** Simulació AC del circuit de la figura 5.1.2.2.

Com es pot veure en la figura 5.1.2.3 tenim que la freqüència a partir de la qual no hi ha propagació de la senyal és aproximadament 1THz.

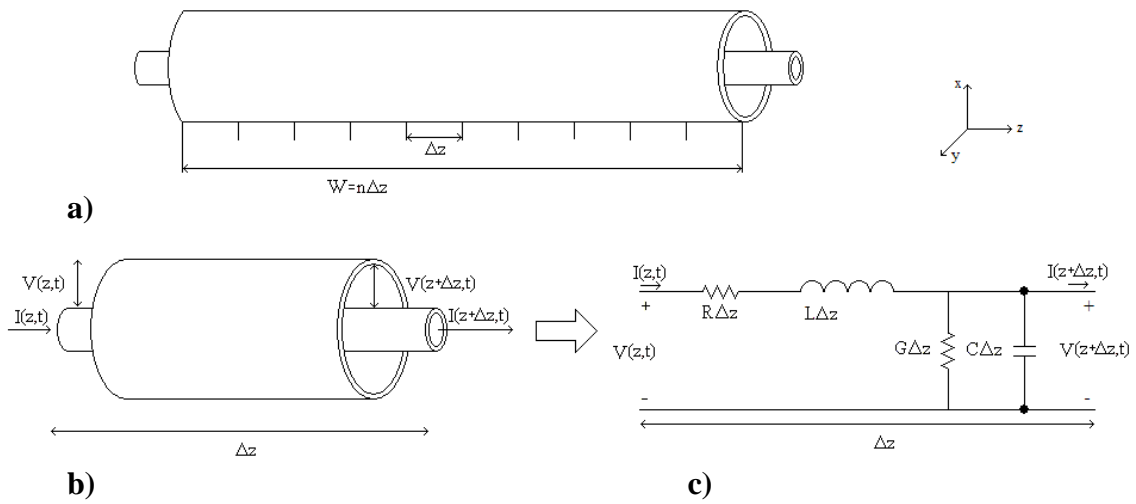
### **5.1.3 Model de paràmetres distribuïts amb pèrdues**

Quan hem estudiat la propagació real de les ones TEM, ja hem vist com es modelitzaven les pèrdues tant en el dielèctric com en el conductor. Però realment la modelització de les pèrdues del conductor són una aproximació bastant acurada, ja que com hem vist, al introduir les pèrdues en el conductor els modes TEM ja no són exactament mode TEM per que apareix una component longitudinal del camp elèctric que fa que  $\vec{J} \cdot \vec{E} \neq 0$

En la figura 5.1.3.1.a tenim la representació de la línia de transmissió de longitud  $W$ , formada per  $n$  seccions de longitud  $\Delta z$ . Cada una d'aquestes seccions es pot representar amb el model de paràmetres distribuïts de la figura 5.1.1.c. Com es pot

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

veure tant la tensió i el corrent depenen de la posició. Cal notar, igual que en el cas ideal, que les valors de les resistències, bobines i capacitats són per unitat de longitud, ja que depenen de la longitud de la secció de línia. Les pèrdues en el conductor estan representades per la resistència en sèrie  $R\Delta z$  i les pèrdues en el dielèctric es simbolitzen amb la conductància en paral·lel  $G\Delta z$ . Si fem tendir  $R \rightarrow 0$  tenim que la resistència es comporta com un fil, és a dir, que eliminem l'efecte de les pèrdues en el conductor. Igualment si fem tendir  $G \rightarrow 0$ , com que és una conductància, passa a ser un circuit obert, i per tant, s'elimina l'efecte de les pèrdues en el dielèctric.



**Figura 5.1.3.1:** Representació esquemàtica de la línia de transmissió amb pèrdues. **a)** Línia de transmissió de longitud  $W$  dividida en  $n$  seccions de longitud  $\Delta z$ . **b)** Secció de la línia de transmissió on el corrent i la tensió depenen de la posició. **c)** Representació amb el model de paràmetres distribuïts de una secció de línia de transmissió.

Per veure que es compleixen les equacions (4.27) i (4.28) que hem descrit en l'apartat anterior n'hi ha prou amb aplicar les lleis de Kirchhoff per al corrent i la tensió, de manera que s'obté:

$$V(z,t) - R\Delta z I(z,t) - L\Delta z \frac{\partial I(z,t)}{\partial t} - V(z+\Delta z,t) = 0 \quad (5.14)$$

$$I(z,t) - G\Delta z V(z,t) - C\Delta z \frac{\partial V(z+\Delta z,t)}{\partial t} - I(z+\Delta z,t) = 0 \quad (5.15)$$

Només cal dividir totes dues expressions per  $\Delta z$  i després fem tendir  $\Delta z$  a zero i s'arriba a les equacions comentades.

### Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

En l'apartat anterior, quan tractàvem les pèrdues hem vist per les pèrdues en el dielèctric el valor de la conductivitat bé donat per l'expressió  $G\Delta z = \frac{\sigma 2\pi}{\ln(b/a)}$ . Segons les expressions de L i C per al cable coaxial, tenim que les dimensions d'aquest han de complir que  $\ln(b/a) = \frac{L}{\mu} = \frac{\varepsilon}{C} = 0.13$  o el que és el mateix  $\frac{b}{a} = 1.14$ . Amb aquestes dimensions tenim i amb una conductivitat de l'ordre de  $10^{-4} \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$  que és el valor típic per a materials dielèctric així que tenim que  $G\Delta z = 5 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ . Per el cas de les pèrdues en el conductor els valors típics són de l'ordre de  $R\Delta z = 1 \Omega/\text{m}$  [14].

Per veure aquests resultats hem fet un estudi amb PSPICE. Simulem una línia de dotze malles com la que es mostra a la figura 5.1.3.1 tal i que per a cada malla tenim:

$$C\Delta z = 6.67 \text{ fF/m}$$

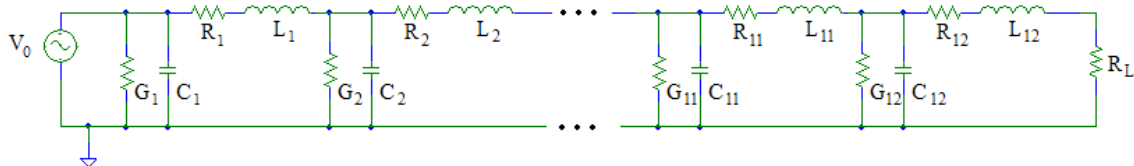
$$L\Delta z = 16.7 \text{ fH/m}$$

$$R\Delta z = 1 \Omega/\text{m}$$

$$G\Delta z = 5 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$$

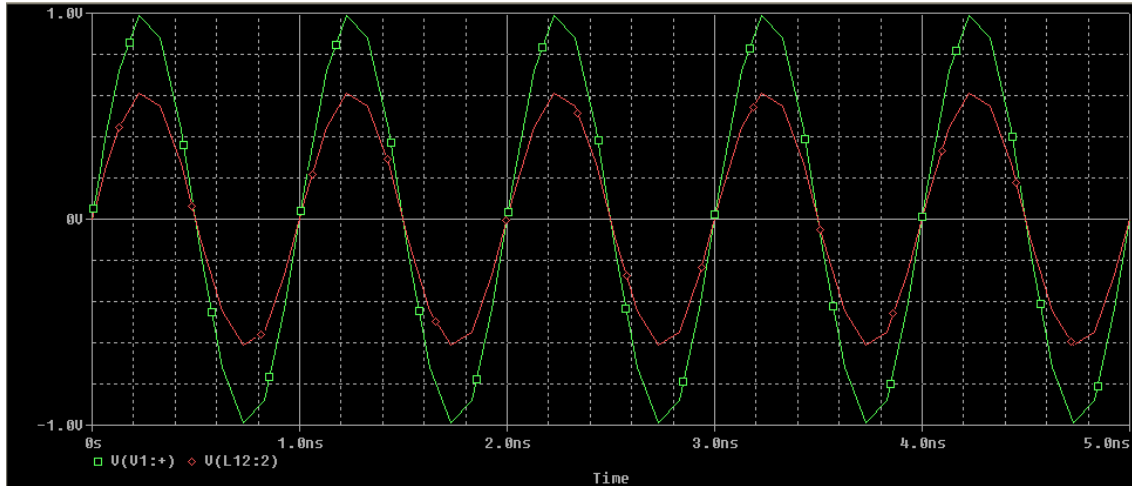
$$R_L = 50 \Omega$$

On la longitud de cada malla és d'una micra, de manera que la línia és de  $12 \mu\text{m}$ .



**Figura 5.1.3.1:** Representació esquemàtica del circuit a simular per estudiar l'efecte de les pèrdues segons el model de paràmetres distribuïts. La tensió d'entrada és una senyal sinusoidal de 1V d'amplitud i una freqüència de 1 GHz.

Si simulem el circuit de la figura 5.1.3.1 tenim per a la tensió d'entrada i sortida, la gràfica de la figura 5.1.3.2, on la gràfica de quadrats verds és la senyal d'entrada i el de rodones vermelles és el de sortida.



**Figura 5.1.3.2:** Simulació del circuit de la figura 5.1.3.1, per a les tensions d'entrada (verd) i sortida (vermell)

Veiem que al introduir les pèrdues l'amplitud de la senyal disminueix, i per tant, la potència mitja associada. En aquest exemple no experimenta cap tipus de defasatge. Aquesta disminució en l'amplitud del senyal és deu a l'efecte tant de les resistències com de les conductàncies extres.

## 5.2 Descripció del algoritme de diferències finites

### 5.2.1 Sistemes de equacions

Per resoldre les equacions que descriuen el nostre sistema s'ha fet servir l'algoritme de diferències finites. Recordem que al fer el model de paràmetres distribuïts hem discretitzat en l'espai fent servir  $\Delta z$ , i ara discretitzarem en el temps de manera que el pla espai-temps ens queda definit per una quadrícula on cada quadre té una llargada  $\Delta z$  i una amplada  $\Delta t$ . Ens preocupem, doncs, dels valors de la tensió i la corrent no en l'espai continu  $z-t$ , sinó només en els mencionats punts.

En aquest algoritme es descriu la corrent que circula per un condensador com:

$$I_c = C \frac{dV}{dt} \Rightarrow I_c(t+1) = C \frac{V(t+1) - V(t)}{\Delta t} \quad (5.16)$$

I la tensió que cau en una bobina està descrita segons:

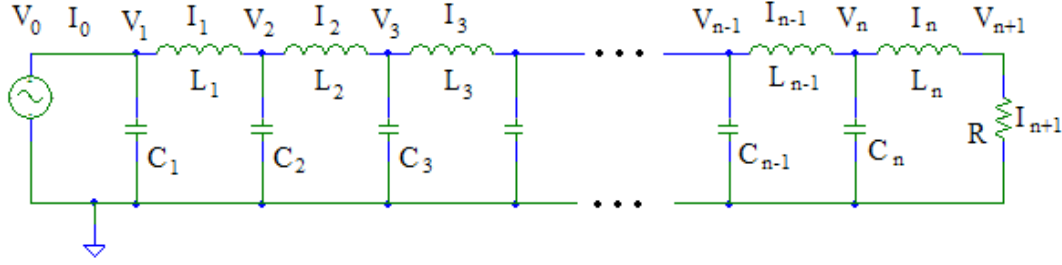
$$V_L = L \frac{dI}{dt} \Rightarrow V_L(t+1) = L \frac{I(t+1) - I(t)}{\Delta t} \quad (5.17)$$

on  $\Delta t$  tendeix a zero, de manera que els intervals de temps són prou petits.

Hi ha un sistema d'equacions que és molt més senzill que aquest, es tracta de definir, per exemple, la tensió en el condensador en l'instant  $t+1$  com la tensió que hi als nodes

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

del condensador degut a la corrent que hi circula en l'instant  $t$  més la tensió en el condensador en l'instant  $t$ , és a dir, com  $V(t+1) = \frac{\Delta t}{C} I(t) + V(t)$ , però aquest sistema d'equacions no és tant robust com l'anterior ja que al variar qualsevol component del circuit la variació tarda més temps a fer-se efectiva a les altres variables, en canvi, en el sistema d'equacions triat, tot està acoblat i un canvi en qualsevol component del circuit té un efecte immediat en la resta del circuit.



**Figura 5.2.1.1:** Línia de transmissió ideal de N malles.

En el cas d'una línia de transmissió ideal de N malles com la de la figura 5.2.1.1 tenim  $2(N+2)$  incògnites, on  $N+2$  són per la tensió i les altres  $N+2$  per el corrent que són  $V(N+2) = (V_0, V_1, V_2, \dots, V_{n-1}, V_n, V_{n+1})$  i  $I(n+2) = (I_0, I_1, I_2, \dots, I_{n-1}, I_n, I_{n+1})$ .

Sabem la intensitat que circula per un condensador és la donada per l'expressió (5.16)

que recordem que era  $I_c(t+1) = C \frac{V(t+1) - V(t)}{\Delta t}$ , així que es pot expressar com:

$$\frac{\Delta t}{C} I_c(t+1) = V(t+1) - V(t) \quad (5.18)$$

i tal i com es mostra en la figura 5.2.1.1 tenim  $I_{Cn}(t+1) = I_{n-1}(t+1) - I_n(t+1)$ , on n compren el rang de  $1 < n < N$ , de manera que substituint en l'expressió (5.18) queda:

$$\frac{\Delta t}{C_n} (I_{n-1}(t+1) - I_n(t+1)) = V_n(t+1) - V_n(t) \quad (5.19)$$

I es pot expressar com:

$$V_n(t+1) - \frac{\Delta t}{C} I_{n-1}(t+1) + \frac{\Delta t}{C} I_n(t+1) = V_n(t) \quad (5.20)$$

En la bobina sabem que la caiguda de tensió ve descrita per  $V_L(t+1) = L \frac{I(t+1) - I(t)}{\Delta t}$

i segons el circuit de la figura 5.2.1.1 tenim  $V_{Ln}(t+1) = V_n(t+1) - V_{n+1}(t+1)$  per tant,

$V_n(t+1) - V_{n+1}(t+1) = L_n \frac{I_n(t+1) - I_n(t)}{\Delta t}$ , que es pot expressar com:

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

$$I_n(t+1) - \frac{\Delta t}{L_n} V_n(t+1) + \frac{\Delta t}{L_n} V_{n+1}(t+1) = I_n(t) \quad (5.21)$$

I finalment, a la resistència de càrrega tenim  $I_R(t+1) = \frac{V(t+1)}{R}$  que és el mateix que:

$$I_{n+1}(t+1) - \frac{V_{n+1}(t+1)}{R} = 0 \quad (5.22)$$

De manera que les equacions (5.20) i (5.21) aplicades a cada malla, més l'equació (5.22) aplicada a la resistència de càrrega i més les condicions pròpies del circuit com és que  $I_n = I_{n+1}$  i que  $V_0 = V_1$  i a més  $V_0$  és conegut, formen el conjunt de  $2(N+2)$  equacions que descriuen la línia de transmissió. Resumint, aquests conjunt d'equacions és:

$$I_n(t+1) - \frac{\Delta t}{L_n} V_n(t+1) + \frac{\Delta t}{L_n} V_{n+1}(t+1) = I_n(t) \Rightarrow N \text{ equacions}$$

$$V_n(t+1) - \frac{\Delta t}{C_n} I_{n-1}(t+1) + \frac{\Delta t}{C_n} I_n(t+1) = V_n(t) \Rightarrow N \text{ equacions}$$

$$I_n(t+1) - \frac{V_{n+1}(t+1)}{R} = 0 \Rightarrow 1 \text{ equació}$$

$$I_{n+1}(t+1) - I_n(t+1) = 0 \Rightarrow 1 \text{ equació}$$

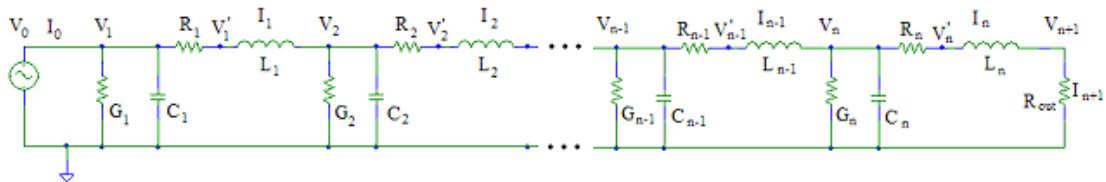
$$V_0(t+1) - V_1(t+1) = 0 \Rightarrow 1 \text{ equació}$$

$$V_0(t+1) \text{ conegut} \Rightarrow 1 \text{ equació}$$

---

2(N+2) equacions

De manera que tenim un sistema totalment definit, per tant té una única solució.



**Figura 5.2.1.2:** Línia de transmissió real de N malles.

Per a al cas de la línia de transmissió real tenim que el circuit ve definit per la figura 5.2.1.2, on seguim tenint les mateixes incògnites per resoldre. Igual que abans la intensitat que circula pel condensador ve donada per l'expressió (5.16), però ara, mirant



Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

el circuit es veu com aquesta intensitat també es pot expressar la intensitat que entra al node N menys la que en surt i menys la que passa per la conductància, és a dir:  
 $I_{C_n}(t+1) = I_{n-1}(t+1) - I_{G_n}(t+1) - I_n(t+1) = I_{n-1}(t+1) - G_n V_n(t+1) - I_n(t+1)$ , i dins de l'expressió (5.16) això es pot expressar com:

$$\frac{\Delta t}{C_n} (I_{n-1}(t+1) - G_n V_n(t+1) - I_n(t+1)) = V_n(t+1) - V_n(t) \quad (5.23)$$

o el que és el mateix:

$$\left(1 + \Delta t \frac{G_n}{C_n}\right) V_n(t+1) - \frac{\Delta t}{C_n} I_{n-1}(t+1) + \frac{\Delta t}{C_n} I_n(t+1) = V_n(t) \quad (5.24)$$

En el cas de la bobina tenim que la caiguda de tensió també està descrita per l'expressió (5.17), però segons el circuit de la figura 5.2.1.2 sabem que aquesta caiguda de tensió és  $V_{L_n}(t+1) = V_n'(t+1) - V_{n+1}(t+1) = V_n(t+1) - R_n I_n(t+1) - V_{n+1}(t+1)$ , que substituint és  $V_n(t+1) - R_n I_n(t+1) - V_{n+1}(t+1) = L_n \frac{I_n(t+1) - I_n(t)}{\Delta t}$  i es pot expressar com:

$$\left(1 + \Delta t \frac{R_n}{L_n}\right) I_n(t+1) - \frac{\Delta t}{L_n} V_n(t+1) + \frac{\Delta t}{L_n} V_{n+1}(t+1) = I_n(t) \quad (5.25)$$

I aplicant la llei d'Ohm a la resistència de càrrega tenim el mateix resultat que per a la línia de transmissió ideal  $I_R(t+1) = \frac{V(t+1)}{R_{out}}$  i això és:

$$I_{n+1}(t+1) - \frac{V_{n+1}(t+1)}{R_{out}} = 0 \quad (5.26)$$

Per tant, la diferència entre les equacions per a la tensió i el corrent respecte la línia ideal són els termes  $\left(1 + \Delta t \frac{G_n}{C_n}\right)$  i  $\left(1 + \Delta t \frac{R_n}{L_n}\right)$  que multipliquen la tensió i el corrent respectivament. Per tant, és fàcil veure que en el límit  $R_n \rightarrow 0$  i  $G_n \rightarrow 0$  tenim el sistema d'equacions de la línia de transmissió ideal, ja que aquestes dos termes passen a tendir a 1,  $\left(1 + \Delta t \frac{G_n}{C_n}\right) \rightarrow 1$  i  $\left(1 + \Delta t \frac{R_n}{L_n}\right) \rightarrow 1$ .

A part d'aquest conjunt d'equacions tenim les condicions pròpies del circuit, que són les mateixes que en cas ideal, aquestes són  $I_n = I_{n+1}$ ,  $V_0 = V_1$  i a més  $V_0$  és conegut. De manera que les equacions que descriuen aquesta línia de transmissió real són:

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

$$\left(1 + \Delta t \frac{R_n}{L_n}\right) I_n(t+1) - \frac{\Delta t}{L_n} V_n(t+1) + \frac{\Delta t}{L_n} V_{n+1}(t+1) = I_n(t) \Rightarrow N \text{ equacions}$$

$$\left(1 + \Delta t \frac{G_n}{C_n}\right) V_n(t+1) - \frac{\Delta t}{C_n} I_{n-1}(t+1) + \frac{\Delta t}{C_n} I_n(t+1) = V_n(t) \Rightarrow N \text{ equacions}$$

$$I_n(t+1) - \frac{V_{n+1}(t+1)}{R_{out}} = 0 \Rightarrow 1 \text{ equació}$$

$$I_{n+1}(t+1) - I_n(t+1) = 0 \Rightarrow 1 \text{ equació}$$

$$V_0(t+1) - V_1(t+1) = 0 \Rightarrow 1 \text{ equació}$$

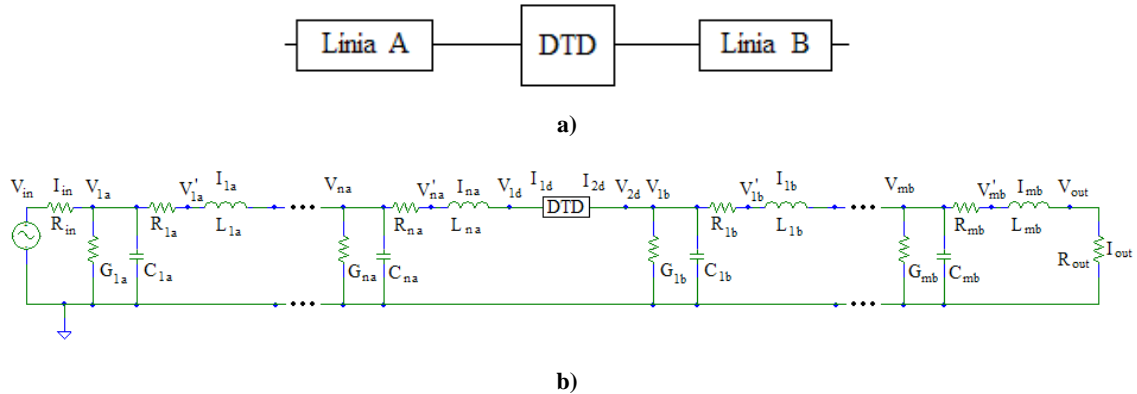
$$V_0(t+1) \text{ conegut} \Rightarrow 1 \text{ equació}$$

---

2(N+2) equacions

Així que tornem a tenir un sistema totalment definit. A partir d'ara tractarem sempre la línia de transmissió real, però ja hem vist que per passar a la línia ideal només cal fer tendir les resistències i les conductàncies que modelen les pèrdues a zero.

Com és mostra en la figura 5.2.1.3 el nostre sistema complet està format per DTD connectat a una font i a terra a través de dues línies de transmissió.



**Figura 5.2.1.3:** a) representació esquemàtica del sistema global. b) Sistema format per un DTD connectat a una font a través d'una línia de transmissió real A de N malles i a terra a través d'una línia de transmissió real B de M malles.

En aquest cas les variables que presenta el circuit són més nombroses. Per una part tenim de la línia de transmissió A la tensió i el corrent de cada malla, això és 2N variables. Per a la línia de transmissió B també tenim la tensió i el corrent per cada malla, en aquest cas és 2M variables. A part tenim les tensions i corrents d'entrada i de sortida del DTD, que són 4 variables més. I a més tenim les corrents i les tensions a la resistència d'entrada i a la resistència de sortida, que sumen 4 variables més, així en total tenim:

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

$$\text{Tensió: } V_{in}, V_{1A}, \dots, V_{NA}, V_{1D}, V_{2D}, V_{1B}, \dots, V_{MB}, V_{out} \quad 1 + N + 2 + M + 1 = N + M + 4$$

$$\text{Corrent: } I_{in}, I_{1A}, \dots, I_{NA}, I_{1D}, I_{2D}, I_{1B}, \dots, I_{MB}, I_{out} \quad 1 + N + 2 + M + 1 = N + M + 4$$

---


$$2(N + M + 4)$$

Cal notar que respecte la línia de transmissió estudiada anteriorment hem introduït una resistència d'entrada, que simula la resistència interna de la font, però que no varia gaire els resultats trobats, de manera que amb aquests resultats tenim el sistema d'equacions que descriu el comportament de les dues línies de transmissió del nostre circuit.

Per a la línia de transmissió A tenim que el conjunt de  $2N$  d'equacions que el descriu és:

$$\left(1 + \Delta t \frac{R_{nA}}{L_{nA}}\right) I_{nA}(t+1) - \frac{\Delta t}{L_{nA}} V_{nA}(t+1) + \frac{\Delta t}{L_{nA}} V_{n+1A}(t+1) = I_{nA}(t) \quad (5.27)$$

$$\left(1 + \Delta t \frac{G_{nA}}{C_{nA}}\right) V_{nA}(t+1) - \frac{\Delta t}{C_{nA}} I_{n-1A}(t+1) + \frac{\Delta t}{C_{nA}} I_{nA}(t+1) = V_{nA}(t) \quad (5.28)$$

amb  $1 < n < N$ .

Per a la línia de transmissió B el sistema de  $2M$  equacions és:

$$\left(1 + \Delta t \frac{R_{mB}}{L_{mB}}\right) I_{mB}(t+1) - \frac{\Delta t}{L_{mB}} V_{mB}(t+1) + \frac{\Delta t}{L_{mB}} V_{m+1B}(t+1) = I_{mB}(t) \quad (5.29)$$

$$\left(1 + \Delta t \frac{G_{mB}}{C_{mB}}\right) V_{mB}(t+1) - \frac{\Delta t}{C_{mB}} I_{m-1B}(t+1) + \frac{\Delta t}{C_{mB}} I_{mB}(t+1) = V_{mB}(t) \quad (5.30)$$

amb  $1 < m < M$ .

Per a la resistència d'entrada és fàcil veure que les dues equacions que descriuen el seu comportament són:

$$I_{in}(t+1) + \frac{V_{1A}(t+1)}{R_{in}} - \frac{V_{in}(t+1)}{R_{in}} = 0 \quad (5.31)$$

$$V_{in} \text{ conegut} \quad (5.32)$$

I per a la resistència de sortida, les dues equacions són:

$$I_{mB}(t+1) - \frac{V_{out}(t+1)}{R_{out}} = 0 \quad (5.33)$$

$$I_{out} = I_{mB} \quad (5.34)$$

Finalment per al DTD tenim que tant el corrent d'entrada com el de sortida del dispositiu és conegut en tot moment, a més per les característiques del circuit tenim que el corrent d'entrada al dispositiu és el mateix que el de l'última malla de la línia A, i la

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

tensió de sortida del DTD és la d'entrada de la línia B, així el conjunt de 4 equacions que el descriu el comportament del DTD es pot expressar com:

$$I_{1D} = I_{nA} \quad (5.35)$$

$$I_{1D} \text{ conegut} \quad (5.36)$$

$$I_{2D} \text{ conegut} \quad (5.37)$$

$$V_{2D} = V_{1B} \quad (5.38)$$

De manera que si sumen totes aquestes equacions donades des de l'expressió (5.27) fins a la (5.38) tenim  $2N + 2M + 2 + 2 + 4 = 2(N + M + 4)$  equacions, per a  $2(N + M + 4)$  variables que ja hem vist, de manera que aquest sistema d'equacions defineix completament el nostre circuit.

Per resoldre tot aquest conjunt d'equacions utilitzarem una resolució matricial tal i com s'explica en el següent apartat.

### 5.2.2 Resolució matricial del sistema acoblat

El conjunt d'equacions definit anteriorment es pot descriure a través d'un sistema de matrius, de manera que l'algoritme que nosaltres hem desenvolupat per solucionar el sistema inverteix la matriu i multiplica aquesta per el terme independent de manera que calcula les variables, i aquestes passen a ser el terme independent per la següent iteració, i així per a moltes iteracions, és a dir, si tenim el sistema de matrius definit com:

$$[MAT] \cdot [VAR] = [TER] \quad (5.39)$$

on  $[VAR]$  és el vector que conté les variables del sistema,  $[TER]$  el vector que conté el terme independent i  $[MAT]$  la matriu que conté la relació que s'estableix entre les variables. Si multipliquem l'expressió (5.39) per la inversa de  $[MAT]$  tenim:

$$[MAT]^{-1} \cdot [MAT] \cdot [VAR] = [MAT]^{-1} \cdot [TER] \quad (5.40)$$

Però de les propietats de les matriu l'expressió (5.40) passa a ser:

$$[VAR] = [MAT]^{-1} \cdot [TER] \quad (5.41)$$

De manera que trobem el resultat de les variables per a un instant de temps, i aquesta matriu passa a ser el terme independent per al pròxim instant de temps.

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

Com acabem de veure per al nostre circuit definit en la figura 5.2.1.3 tenim  $2(N + M + 4)$  variables per a  $2(N + M + 4)$  equacions. El sistema d'equacions és el que acabem de descriure que va des de l'expressió (5.27) fins a la (5.38) i recordem que les variables que tenim són:

Tensió:  $V_{in}, V_{1A}, \dots, V_{NA}, V_{1D}, V_{2D}, V_{1B}, \dots, V_{MB}, V_{out}$

Corrent:  $I_{in}, I_{1A}, \dots, I_{NA}, I_{1D}, I_{2D}, I_{1B}, \dots, I_{MB}, I_{out}$

En la taula 5.2.2.1.a hem representat de forma esquemàtica com és la matriu [MAT] que conté la relació entre les variables. Dins d'aquesta matriu els paràmetres  $X_{nA}, Y_{nA}, X_{mB}$  i  $Y_{mB}$ , estan definits segons les expressions següents:

$$X_{nA} \equiv 1 + \frac{\Delta t \cdot R_{nA}}{L_{nA}}, \quad Y_{nA} \equiv 1 + \frac{\Delta t \cdot G_{nA}}{C_{nA}}, \quad X_{mB} \equiv 1 + \frac{\Delta t \cdot R_{mB}}{L_{mB}}, \quad Y_{mB} \equiv 1 + \frac{\Delta t \cdot G_{mB}}{C_{mB}}$$

La taula 5.2.2.1.b representa el vector [VAR] que conté les variables del sistema. I en la taula 5.2.2.1.c està representat el vector [TER] que conté el terme independent, és a dir, totes aquelles variables que són conegudes.

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

	$I_{in}$	$I_{1a}$	$I_{2a}$	$I_{na}$	$I_{1d}$	$I_{2d}$	$I_{1b}$	$I_{2b}$	$I_{mb}$	$I_{out}$	$V_{in}$	$V_{1a}$	$V_{2a}$	$V_{na}$	$V_{1d}$	$V_{2d}$	$V_{1b}$	$V_{2b}$	$V_{mb}$	$V_{out}$
$I_{in}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-1/R_{in}$	$1/R_{in}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$I_{1a}$	0	$X_{a1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\Delta t/L_{1a}$	$\Delta t/L_{1a}$	0	0	0	0	0	0	0
$I_{2a}$	0	0	$X_{a2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\Delta t/L_{2na}$	0	0	0	0	0	0	0
$I_{na}$	0	0	0	$X_{an}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\Delta t/L_{na}$	$\Delta t/L_{na}$	0	0	0	0	0
$I_{1d}$	0	0	0	0	$X_{an}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\Delta t/L_{na}$	$\Delta t/L_{na}$	0	0	0	0	0
$I_{2d}$	0	0	0	0	0	$X_{an}$	0	0	0	0	0	0	0	$-\Delta t/L_{na}$	$\Delta t/L_{na}$	0	0	0	0	0
$I_{1b}$	0	0	0	0	0	0	$X_{b1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\Delta t/L_{1b}$	$\Delta t/L_{1b}$	0	0
$I_{2b}$	0	0	0	0	0	0	0	$X_{b2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\Delta t/L_{2b}$	0	0
$I_{mb}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$X_{bm}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\Delta t/L_{mb}$	$\Delta t/L_{mb}$
$I_{out}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$X_{bm}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\Delta t/L_{mb}$	$\Delta t/L_{mb}$
$V_{in}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$V_{1a}$	$-\Delta t/C_{1a}$	$\Delta t/C_{1a}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$Y_{a1}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$V_{2a}$	0	$-\Delta t/C_{2a}$	$\Delta t/C_{2a}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$Y_{a2}$	0	0	0	0	0	0	0
$V_{na}$	0	0	0	$\Delta t/C_{na}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$Y_{an}$	0	0	0	0	0	0
$V_{1d}$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$V_{2d}$	0	0	0	0	0	$-\Delta t/C_{1b}$	$\Delta t/C_{1b}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$Y_{b1}$	0	0	0	0
$V_{1b}$	0	0	0	0	0	$-\Delta t/C_{1b}$	$\Delta t/C_{1b}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$Y_{b1}$	0	0	0
$V_{2b}$	0	0	0	0	0	0	$-\Delta t/C_{2b}$	$\Delta t/C_{2b}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$Y_{b2}$	0	0
$V_{mb}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$\Delta t/C_{mb}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$Y_{bm}$	0
$V_{out}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-1/R_o$

a)

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

$I_{in}$
$I_{1a}$
$I_{2a}$
$I_{na}$
$I_{1d}$
$I_{2d}$
$I_{1b}$
$I_{2b}$
$I_{mb}$
$I_{out}$
$V_{in}$
$V_{1a}$
$V_{2a}$
$V_{na}$
$V_{1d}$
$V_{2d}$
$V_{1b}$
$V_{2b}$
$V_{mb}$
$V_{out}$

**b)**

0
$I_{1a}(t)$
$I_{2a}(t)$
$I_{na}(t)$
$I_{1d}(t)$
$I_{2d}(t)$
$I_{1b}(t)$
$I_{2b}(t)$
$I_{mb}(t)$
$I_{out} = I_{mb}(t)$
$V_{in}(t+1)$ (Valor conegut)
$V_{1a}(t)$
$V_{2a}(t)$
$V_{na}(t)$
$I_{1d}(t+1)$ (Valor conegut)
$V_{2d}(t)$
$V_{1b}(t)$
$V_{2b}(t)$
$V_{mb}(t)$
0

**c)**

**Taula 5.2.2.1:** Representació esquemàtica de les matrius descrites per el sistema d'equacions que defineix el comportament del sistema a estudiar. **a)** Matriu que conté la relació entre les variables **b)** Vector que conté les variables del sistema **c)** Vector que conté el terme independent.

Partim de la suposició que les variables en el primer instant de temps són conegudes, de manera que amb aquestes valors i aquest sistema matricial trobem la solució per al l' instant  $t+1$ .

Per veure tot això més clarament en l'annex A hem desenvolupat tot el sistema d'equacions i la seva resolució matricial per a un cas concret, que és una línia de transmissió A amb una sola malla i una línia de transmissió B també amb una sola malla. A partir d'aquí és molt senzill expandir el sistema d'equacions a sistemes amb línies de transmissió amb el qualsevol nombre de malles.

### **5.3 Implementació en Fortran**

Per resoldre aquest sistema d'equacions hem desenvolupat un programa fet en llenguatge FORTRAN, tota la codificació del programa es troba en l'annex B. Aquí explicarem com s'ha estructurat el programa.

Tenim un fitxer que és el més important, és el que anomenem principal o *main*, i la resta de fitxers del programa contenen les subrutines a les que crida aquesta part principal.

Primer hem definit les variables locals i les llibreries que es faran servir. Cal dir que hi ha un altre fitxer que conté totes les variables globals, i que la resta de fitxers han d'incloure. Després hem inicialitzat totes les variables amb els seus valors corresponents. Com coneixem el corrent d'entrada del DTD en tot moment, per simplificar, hem suposat que el corrent de sortida és igual que el d'entrada, de manera que coneixem els dos corrents en tot moment.

La següent cosa ha fer ha estat definir la matriu que conté la relació entre les variables, la que hem anomenat [MAT], n'hem fet una còpia i l'hem invertit. Per invertir-la hem utilitzat un subrutina que ja existia.

Un cop invertida hem creat el vector amb els termes independents, el que hem anomenat [TER], i l'hem multiplicat per  $[MAT]^{-1}$  per obtenir el vector [VAR] que és el que conté les variables del sistema. I finalment hem igualat el següent terme independent a la matriu obtinguda. I això ho hem fet per a cada interval de temps.

Per poder fer representacions gràfiques dels valors de corrents i tensions, ens hem guardat el valor de les variables en un fitxer per a cada instant de temps.

Tal com està parametritzat el programa podem simular tot el sistema complet, és a dir, les dues línies de transmissió més el DTD o simular només una línia de transmissió, de manera que no es té en compte l'efecte del DTD. Per simplicitat, sempre hem suposat que totes dues línies són iguals, però també es pot simular per línies de transmissió diferents. Igualment l'efecte de les pèrdues també està parametritzat, així que de manera molt senzilla és pot passar de la línia real a la línia ideal.

Veiem com hem parametritzat aquestes variables. Les pèrdues es controlen des del programa principal. Com es pot veure en el tros de codi següent, posant els valors de totes les resistències i conductàncies a zero tenim el cas de la línia ideal.



Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

```
DO I=1,MALLESA                                !1a linia
  LMA(I)=1.67E-15                               !bobines
  CMA(I)=6.68E-15                               !condensadors
  GMA(I)=0                                       !pèrdues dielèctric
  RMA(I)=0                                       !pèrdues conductor
ENDDO

DO I=1,MALLESB                                !2a linia
  LMB(I)=1.67E-15                               !bobines
  CMB(I)=6.68E-15                               !condensadors
  GMB(I)=0                                       !pèrdues dielèctric
  RMB(I)=0                                       !pèrdues conductor
ENDDO
```

La manera de parametritzar l'efecte del DTD és una mica més complexa. Tenim una variable que anomenem *DTD* que pot prendre els valors 0 (no hi ha DTD) o 1 (si hi ha DTD). En el cas de tenir en compte l'efecte del DTD sabem que  $I_{ID}$  és conegut en tot moment, i quan no tenim en compte el DTD la condició que tenim és que les tensions d'entrada i de sortida del DTD han de ser les mateixes,  $V_{ID} = V_{2D}$ .

```
!tensió a la entrada de DTD
I=2*MALLESA+MALLESB+6

!sense DTD tenim V1d = V2d
J=2*MALLESA+MALLESB+6
MAT_SIST(I,J)=(1+(DT*GMB(1))/CMB(1))*(1-DTD)
J=MALLESA+3
MAT_SIST(I,J)=(-DT/CMB(1))*(1-DTD)
J=MALLESA+4
MAT_SIST(I,J)=(DT/CMB(1))*(1-DTD)

!amb DTD tenim que Id1 és conegut
J=MALLESA+2
MAT_SIST(I,J)=1*DTD
```

Aquesta part de codi que acabem de veure pertany a la subrutina *càlcul\_de\_matriu* i és quan donem els valors de la matriu [MAT]. Podem veure com apliquem una condició o una altra en funció del valor de la variable *DTD*. A més el terme independent també canvia en funció de la condició aplicada, és la part de codi que ve a continuació de la subrutina *calcul\_terme\_independent*, on veiem que per al índex concret de la matriu el seu valor és  $I_{ID}$  (variable *FONTINT*) o bé es la tensió  $V_{ID}$ .

```
!Si hi ha DTD Id és conegut, si no n'hi ha tenim el terme V1d
I=2*MALLESA+MALLESB+6
TERME_INDEP(I)=DTD*FONTINT(NIT)+(1-DTD)*TENSIO(MALLESA+2,0)
```

### 5.3.1 Resolució FORTRAN per a exemples concrets

Ara veurem diversos casos que hem tractat per comparar els resultats obtinguts a partir del programa que hem desenvolupat i el que ens dóna el PSPICE. Els exemples tractats són, una línia de transmissió ideal, una línia de transmissió real (amb pèrdues), el conjunt DTD més línia de transmissió ideal i el DTD més línia de transmissió real.

#### 5.3.1.1 Línia de transmissió ideal

Ara veurem un exemple d'una línia de transmissió ideal. Suposem que tenim una línia de transmissió amb els següents valors:

$$V_0 = 1 \cdot \sin(\omega t)$$

$$C\Delta z = 6.67 \text{ fF/m}$$

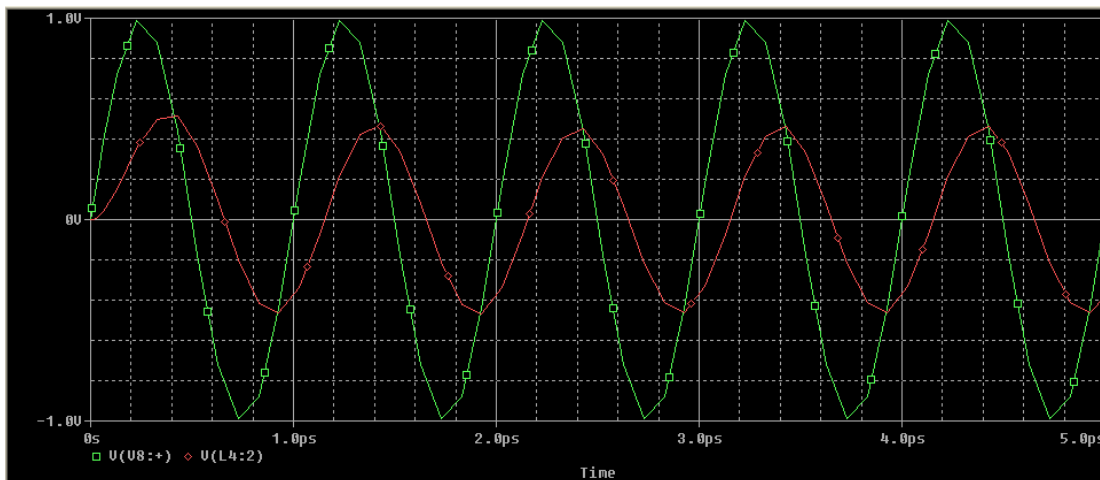
$$L\Delta z = 1.67 \text{ fH/m}$$

$$R_{in} = 10 \Omega$$

$$R_L = 50 \Omega$$

$$\text{Nombre de malles} = 4$$

On la longitud de cada malla és d'una micra, de manera que la línia és de 4  $\mu\text{m}$ , i la freqüència del senyal d'entrada és de 1 THz.

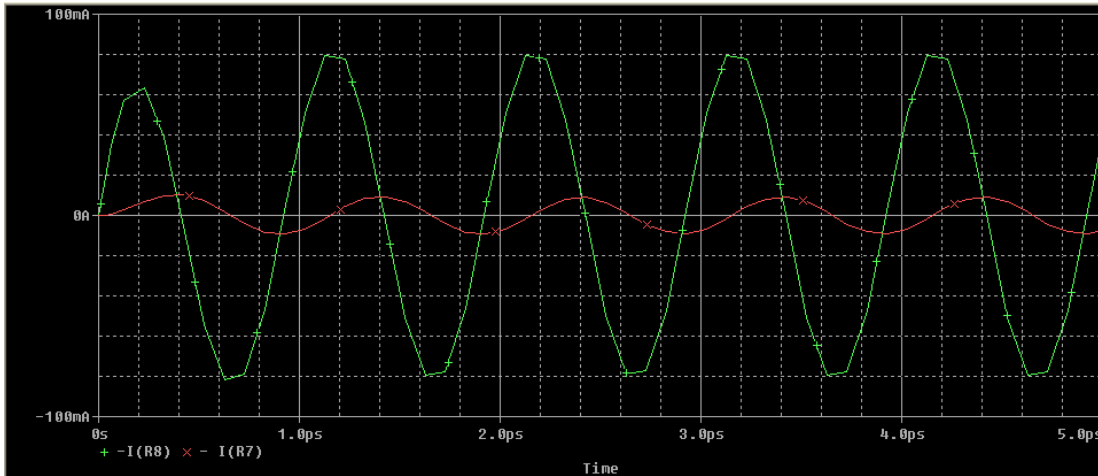


**Figura 5.3.1.1.1:** Simulació en PSPICE de la tensió d'entrada (quadrat verd) i sortida (rodona vermella) d'una línia de transmissió ideal.

En la figura 5.3.1.1.1 tenim representat l'estudi del transitori amb PSPICE per a la tensió. Veiem que la tensió d'entrada (senyal de quadrats verds) descriu perfectament la senyal sinusoidal d'1V d'amplitud i una freqüència de 1 THz. Per a la tensió de sortida (senyal de rodones vermelles) veiem que s'ha defasat respecte la de l'entrada

### Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

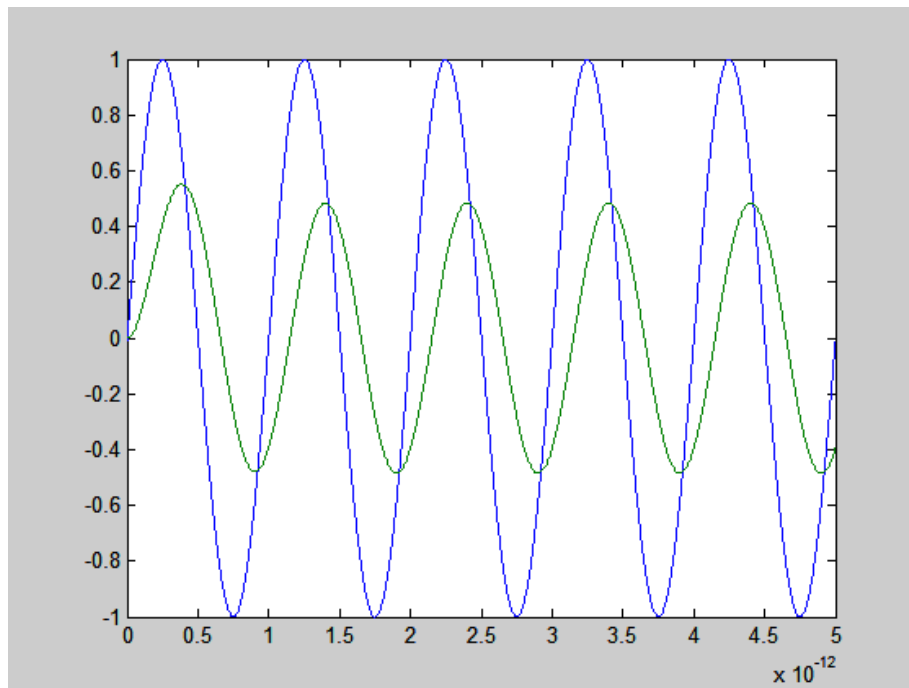
degut a la presència de condensadors i bobines, i que la seva amplitud és menor degut a l'efecte de les resistències d'entrada i de càrrega.



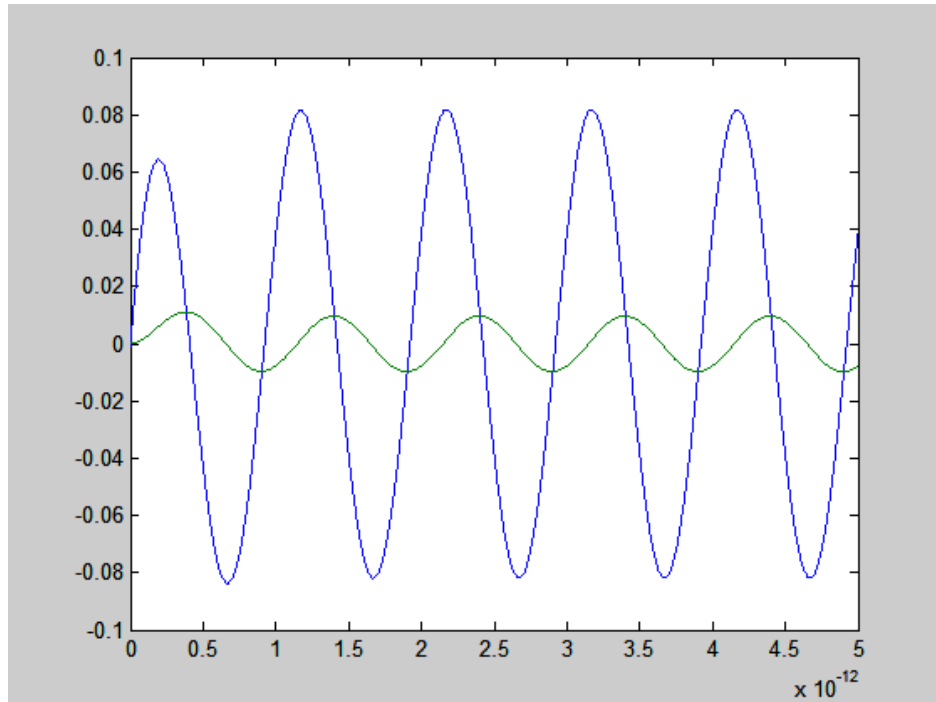
**Figura 5.3.1.1.2:** Simulació en PSPICE del corrent d'entrada (quadrat verd) i sortida (rodona vermella) per a una línia de transmissió ideal.

En la figura 5.3.1.1.2 hem fet el mateix estudi però per al corrent. Veiem que la intensitat de sortida (rodones vermelles) també s'ha defasat respecte el corrent d'entrada (quadrats verds) amb la mateixa proporció que la tensió i també ha perdut amplitud.

Passem ara a fer el mateix estudi amb el nostre programa.



**Figura 5.3.1.1.3:** Simulació en FORTRAN de la tensió d'entrada (blau) i sortida (verd) per a una línia de transmissió ideal simulada a través del programa.



**Figura 5.3.1.1.4:** Simulació en FORTRAN del corrent d'entrada (blau) i sortida (verd) per a una línia de transmissió ideal simulada a través del programa.

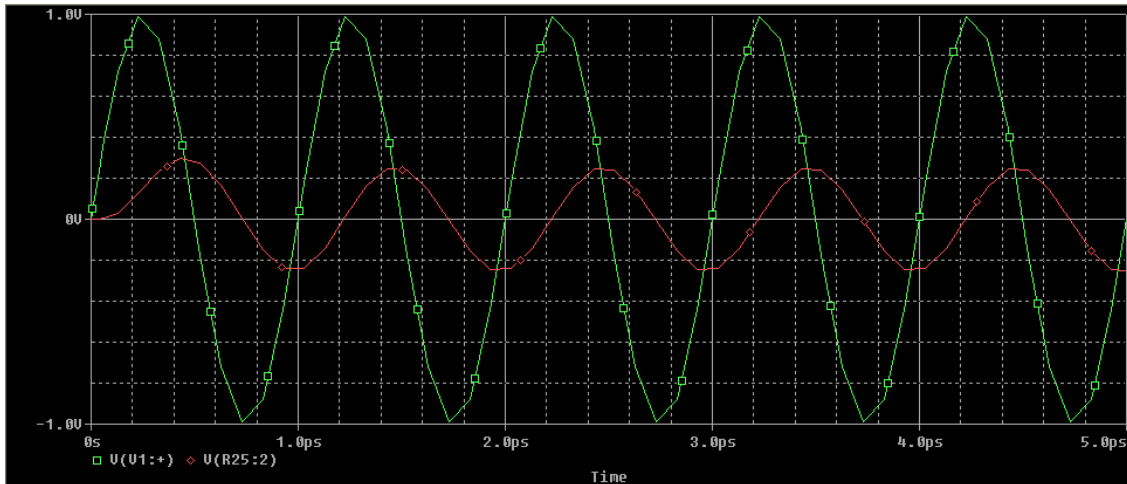
Podem veure com la simulació en FORTRAN i la simulació amb PSPICE són idèntiques. En la figura 5.3.1.1.3 veiem com la tensió d'entrada (senyal blau) i la de sortida (senyal verd) segueixen la mateixa forma que en la simulació amb PSPICE. En el cas de les corrents que trobem en la figura 5.3.1.1.4 passa exactament el mateix, tant el corrent d'entrada (senyal blau) com el de sortida (senyal verd) són idèntics als obtinguts amb la simulació amb PSPICE. A més amb el fitxer obtingut amb FORTRAN obtenim els valors mig RMS de la potència lliurada a la càrrega  $\text{RMS}(P_{\text{out}}) = 2.3 \text{ mW}$ .

Per tant acabem de veure amb aquest exemple que el programa hem desenvolupat té una total fiabilitat per a l'estudi de la línia de transmissió, comparable d'amb altres simuladors comercials.

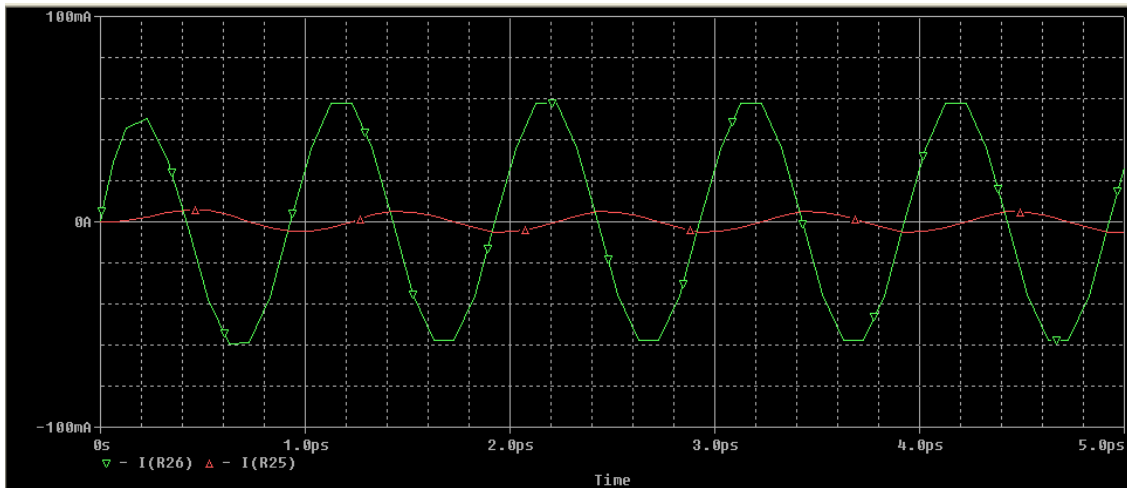
### 5.3.1.2 Línia de transmissió real

Ara volem estudiar la mateixa línia de transmissió però amb l'efecte de les pèrdues. La línia de transmissió és la mateixa, és a dir, tenim els mateixos valors d'abans, però afegim les resistències en sèrie i les conductàncies en paral·lel amb els següents valors  $R\Delta z = 5 \text{ } \Omega/\text{m}$  i  $G\Delta z = 5 \cdot 10^{-3} \text{ } \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ .

### Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions



**Figura 5.3.1.2.1:** Simulació en PSPICE de la tensió d'entrada (quadrat verd) i sortida (rodona vermella) d'una línia de transmissió real.

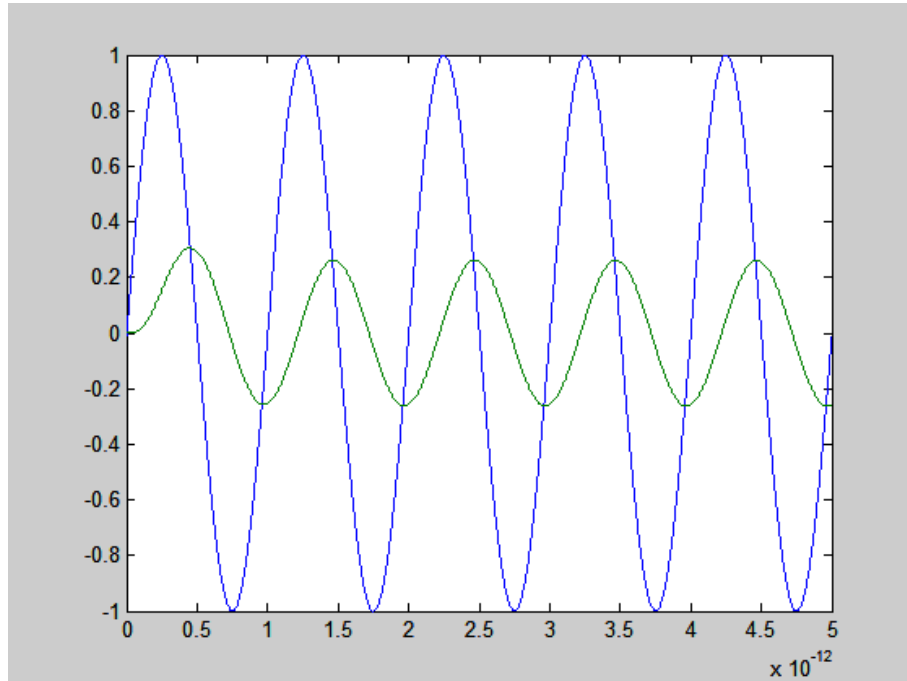


**Figura 5.3.1.2.2:** Simulació en PSPICE del corrent d'entrada (quadrat verd) i sortida (rodona vermella) per a una línia de transmissió real.

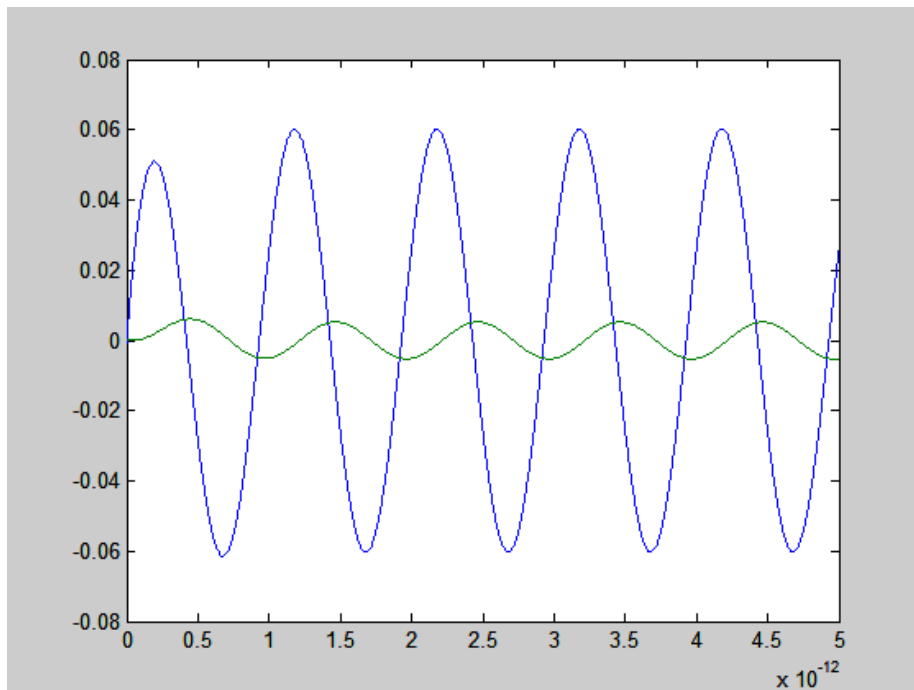
Amb la simulació amb PSPICE trobem les representacions de les figures 5.3.1.2.1 i 5.3.1.2.2. En la figura 5.3.1.2.1 tenim la tensió d'entrada (quadrats verds) que en el cas ideal descriu perfectament la senyal sinusoidal d'1V d'amplitud i una freqüència de 1 THz i la tensió de sortida (rodones vermelles) que també presenta el mateix defasatge que en el cas ideal, ja que els valors de condensadors i bobines no han canviat. Però la diferència d'aquesta simulació respecte la de la línia ideal de la figura 5.3.1.1.1 és l'amplitud del senyal de sortida, és aquí on veiem l'efecte de les pèrdues. En la figura 5.3.1.2.2 trobem que tant la intensitat d'entrada (quadrats verds) com la de sortida (rodones vermelles) tenen una amplitud menor respecte a la gràfica de la figura 5.3.1.1.2 on representàvem la línia ideal. Igual que amb la tensió, aquesta disminució d'amplitud és deu a l'efecte de les pèrdues. En aquesta figura també veiem que el

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

desatge entre tots dos senyals és el mateix que en el cas ideal, ja que la introducció de l'efecte de les pèrdues no altera el possible defasatge que hi hagi entre totes dues senyals.



**Figura 5.3.1.2.3:** Simulació en FORTRAN de la tensió d'entrada (blau) i sortida (verd) per a una línia de transmissió real simulada a través del programa.



**Figura 5.3.1.2.4:** Simulació en FORTRAN del corrent d'entrada (blau) i sortida (verd) per a una línia de transmissió real simulada a través del programa.

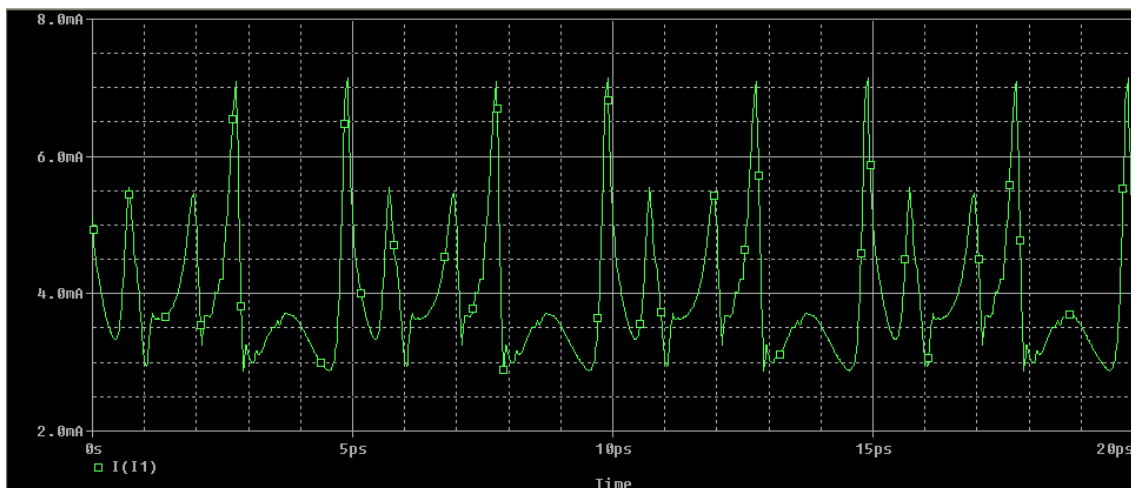
## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

Podem veure com la simulació amb FORTRAN per a la línia de transmissió amb pèrdues i la simulació de la mateixa línia amb PSPICE tornen a ser idèntiques. En la figura 5.2.1.2.3 veiem com la tensió d'entrada (senyal blau) i la de sortida (senyal verd) segueixen la mateixa forma que en la simulació amb PSPICE i quin és l'efecte de les pèrdues. En el cas de les corrents de la figura 5.2.1.2.4 tornem a veure tant el corrent d'entrada (senyal blau) com el de sortida (senyal verd) són iguals als obtinguts amb la simulació amb PSPICE. El valor que trobem per a la potència mitja RMS és que val  $\text{RMS}(P_{\text{out}}) = 0.7 \text{ mW}$ , per tant, al introduir les pèrdues, com era d'esperar, la potència lliura a la càrrega és menor.

Per tant, en el cas de la línia de transmissió amb pèrdues podem dir que el programa desenvolupat amb FORTRAN és també totalment fiable.

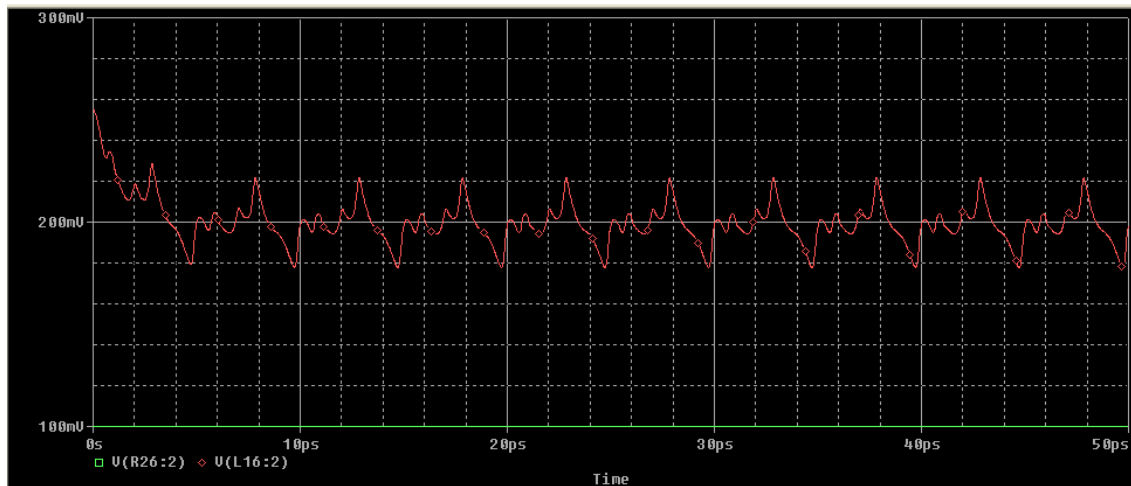
### 5.3.1.3 Línia de transmissió ideal més DTD

En aquest apartat estudiarem tot el sistema complet, és a dir, el DTD més les connexions. Per simplicitat les dues línies de transmissió seran idèntiques, i seran dues línies ideals, iguals que la que hem estudiat en el primer exemple. Per a simular el DTD amb PSPICE el que fem és introduir un element entre les dues línies de transmissió el qual li assignem els valors del corrent per cada interval de temps a través d'un fitxer, aquest element s'anomena *IPWL\_F\_RE\_FOREVER* de manera que repeteix els valors del fitxer periòdicament. En aquest cas la font d'entrada l'hem fixat a 0.1 V, ja que els valors obtinguts en el fitxer per poder simular el DTD són per a aquesta tensió d'entrada. En la figura 5.3.1.3.1 tenim una representació del corrent que subministra el DTD. Veiem que el corrent varia amb el temps, però té un període de 5 ps.



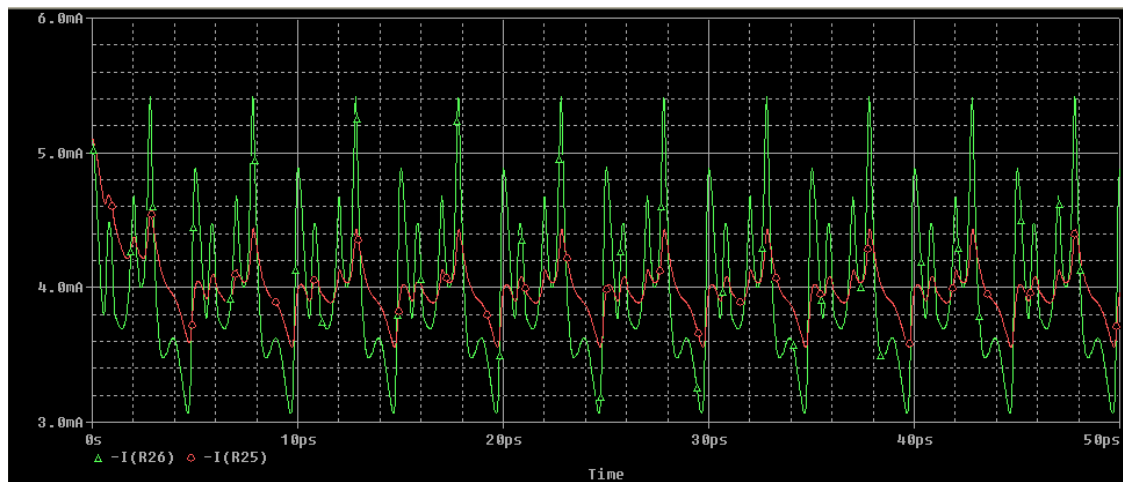
**Figura 5.3.1.3.1:** Simulació en PSPICE del corrent que subministra el DTD.

### Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions



**Figura 5.3.1.3.2:** Simulació en PSPICE de la tensió d'entrada (quadrat verd) i sortida (rodona vermella) per al sistema complet ideal.

En la figura 5.3.1.3.2 tenim la simulació en PSPICE de la tensió d'entrada (quadrats verds) i la tensió de sortida (rodones vermelles). Veiem com el senyal d'entrada és constant amb un valor de 100 mV tal i com l'hem fixat. El senyal de sortida deixa de ser constant, però és periòdic i intenta seguir la forma del corrent introduït pel DTD.



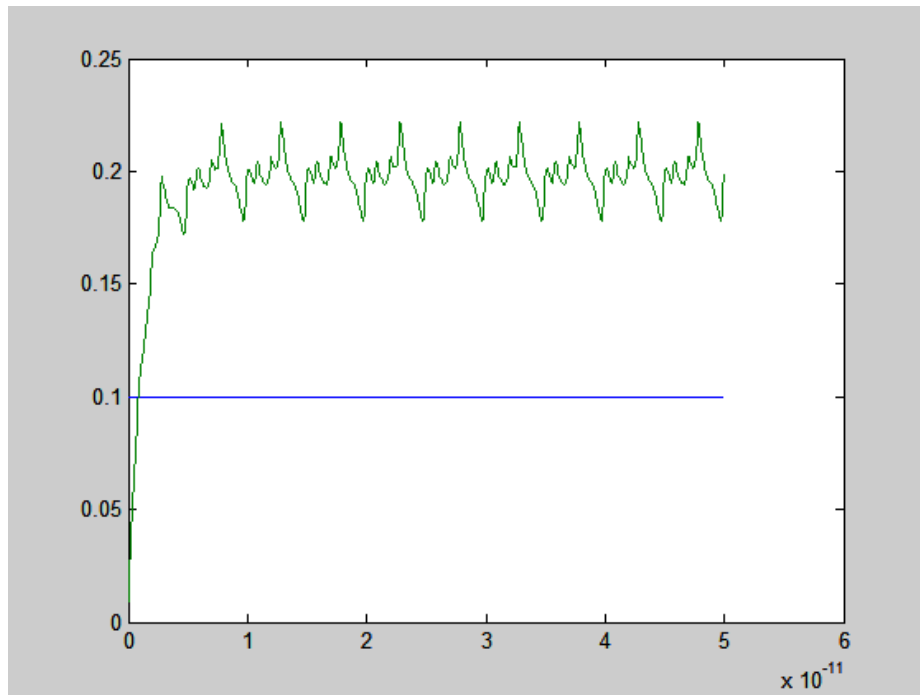
**Figura 5.3.1.3.3:** Simulació en PSPICE del corrent d'entrada (quadrat verd) i sortida (rodona vermella) per al sistema complet ideal.

En la figura 5.3.1.3.3 tenim el corrent d'entrada (quadrats verds) i el corrent de sortida (rodones vermelles) obtinguts a partir de la simulació amb PSPICE. Podem veure que tots dos corrents estan regits per el corrent que subministra el DTD.

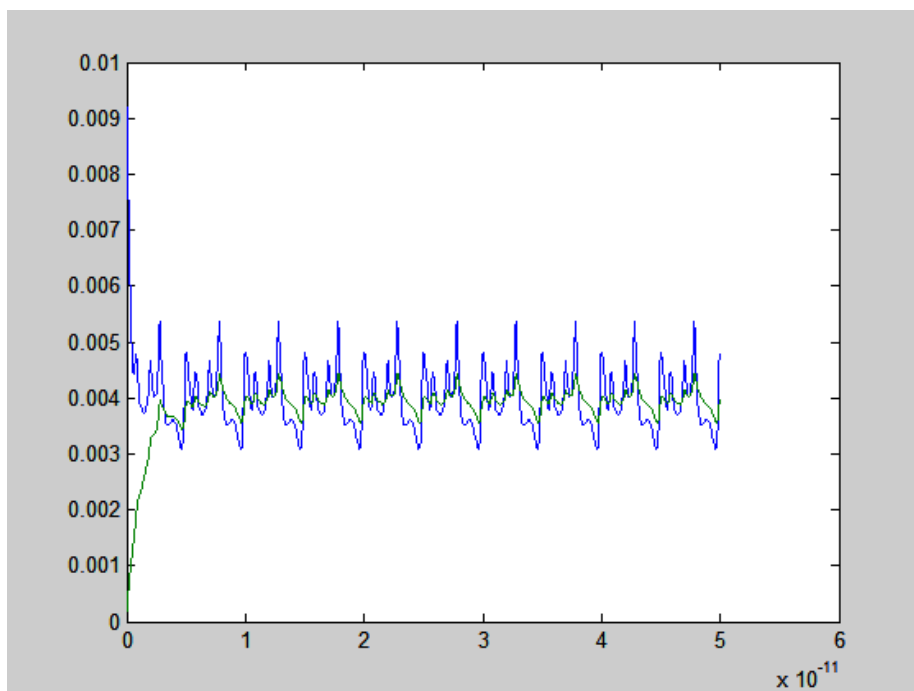
En les figures 5.3.1.3.4 i 5.3.1.3.5 tenim les simulacions per tensions i corrents respectivament fetes a través del programa FORTRAN.



### Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions



**Figura 5.3.1.3.4:** Simulació en FORTRAN de la tensió d'entrada (blau) i sortida (verd) per al sistema complet a través del programa.



**Figura 5.3.1.3.5:** Simulació en FORTRAN del corrent d'entrada (blau) i sortida (verd) per al sistema complet a través del programa.

En 5.3.1.3.4 veiem com la tensió d'entrada (senyal blau) és un valor constant de 100 mV idèntica a la simulació amb PSPICE. I la tensió de sortida (senyal verd) és igual que en la simulació amb PSPICE amb l'única diferència dels valors inicials, això

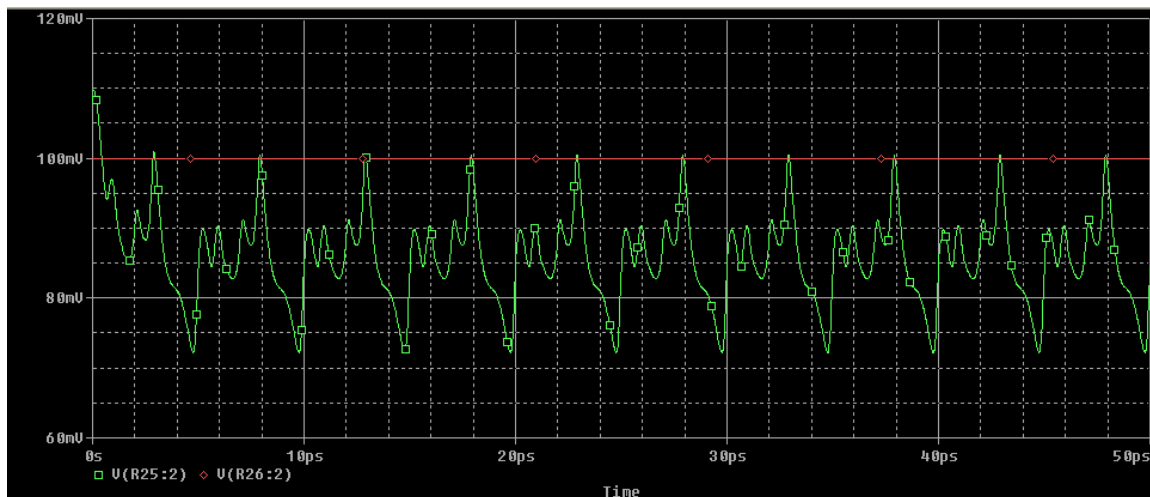
## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

es degut a que en el programa en FORTRAN el primer valor del corrent subministrat per el DTD és zero, però si deixem passar un petit interval de temps veiem que les tensions en totes dues simulacions són iguals. En la figura 5.3.1.3.5 torna a passar el mateix, hem d'esperar un petit interval de temps per a que els corrents d'entrada (senyal blau) i sortida (senyal verd) siguin iguals als de la simulació amb PSPICE.

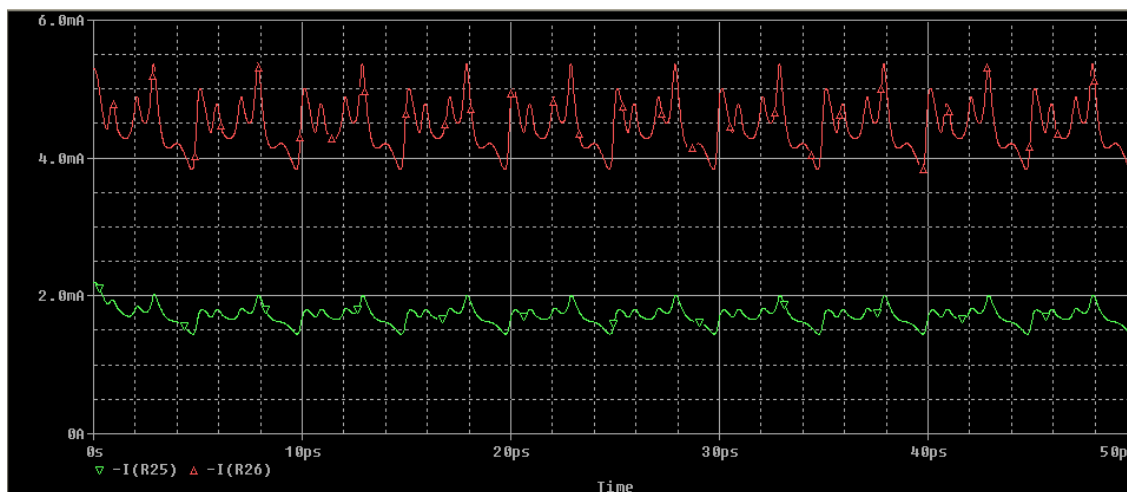
A la vista dels resultats trobats podem concloure que l'estudi en FORTRAN és fiable ja que tant sols hem de deixar una petita estona de temps, de l'ordre de ps, per a que la tensió que subministra el DTD sigui la correcta.

### 5.3.1.4 Línia de transmissió real més DTD

Finalment, en aquest apartat estudiarem tot el sistema complet real, és a dir, amb línies de transmissió amb pèrdues. Les dues línies de transmissió seran idèntiques, i seran dues línies amb pèrdues iguals que la que hem estudiat en el segon exemple.



**Figura 5.3.1.4.1:** Simulació en PSPICE de la tensió d'entrada (rodona vermella) i sortida (quadrat verd) per al sistema complet.



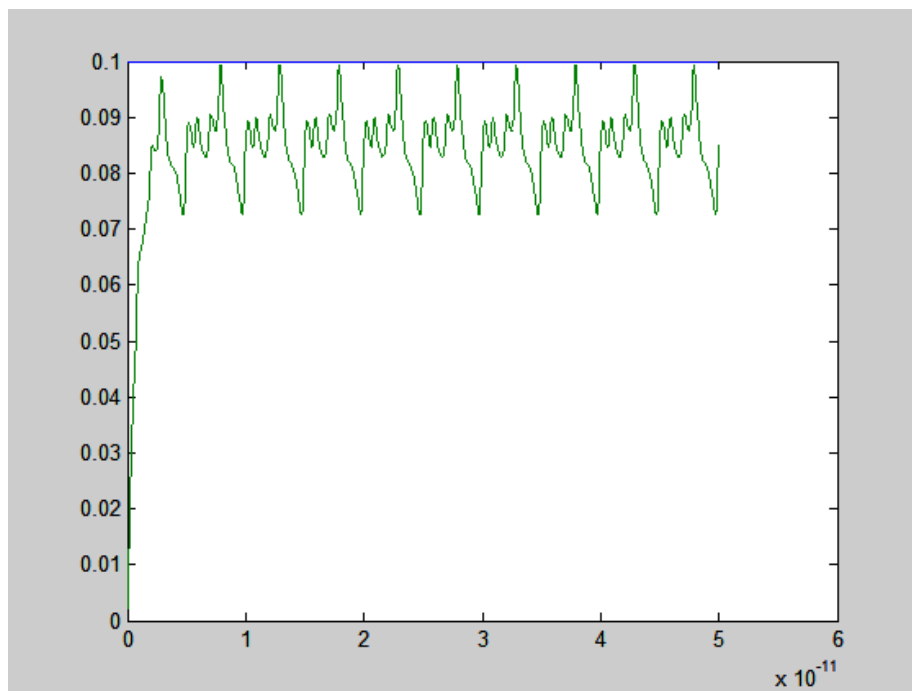
**Figura 5.3.1.4.2:** Simulació en PSPICE del corrent d'entrada (rodona vermella) i sortida (quadrat verd) per al sistema complet.

### Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

En la figura 5.3.1.4.1 tenim la simulació en PSPICE de la tensió d'entrada (rodones vermelles) i la tensió de sortida (quadrats verds). Veiem com el senyal d'entrada és constant amb un valor de 100 mV tal i com l'hem fixat. El senyal de sortida deixa de ser constant i intenta seguir la forma del corrent introduït pel DTD. Comparat amb el cas ideal té un valor mig menor i una amplitud de senyal una mica més petita, això es degut a les pèrdues introduïdes en el circuit.

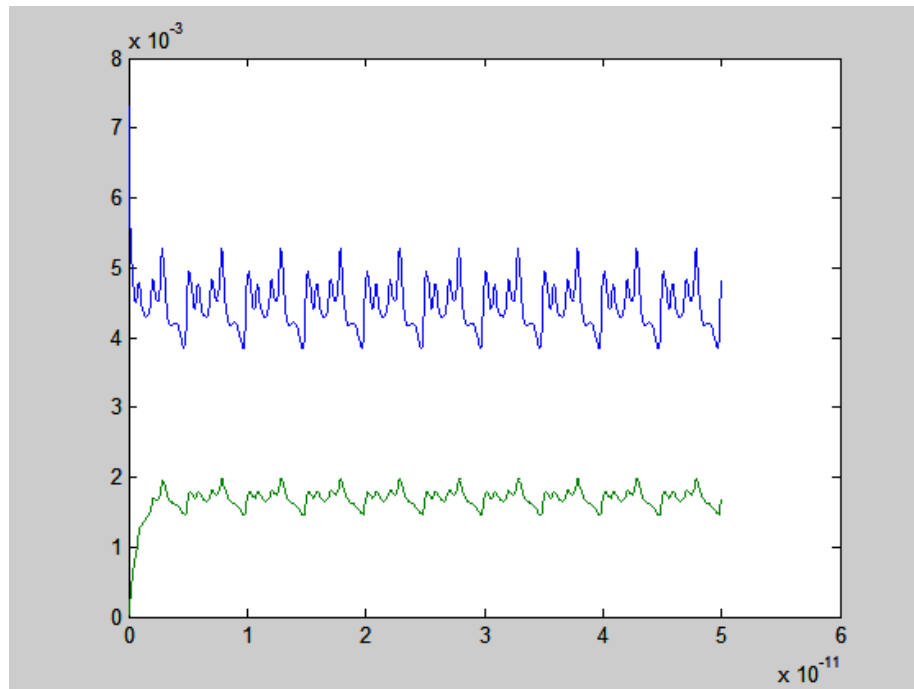
En la figura 5.3.1.4.2 tenim la intensitat d'entrada (rodones vermelles) i la de sortida (quadrats verds). Totes dues senyals intenten seguir el corrent que subministra el DTD. El senyal d'entrada és molt semblant al de la simulació ideal, però amb una amplitud molt més petita. El senyal de sortida si que té un valor mig menor i una amplitud molt més petita que en el cas ideal.

En les figures 5.3.1.4.3 i 5.3.1.4.4 tenim les simulacions per tensions i corrents respectivament fetes a través del programa FORTRAN. En tots dos casos veiem que les simulacions són molt similars a les obtingudes amb PSPICE per al mateix cas, excepte per al cas dels valors inicials que ja hem explicat anteriorment.



**Figura 5.3.1.4.3:** Simulació en FORTRAN de la tensió d'entrada (blau) i sortida (verd) per al sistema complet a través del programa.

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions



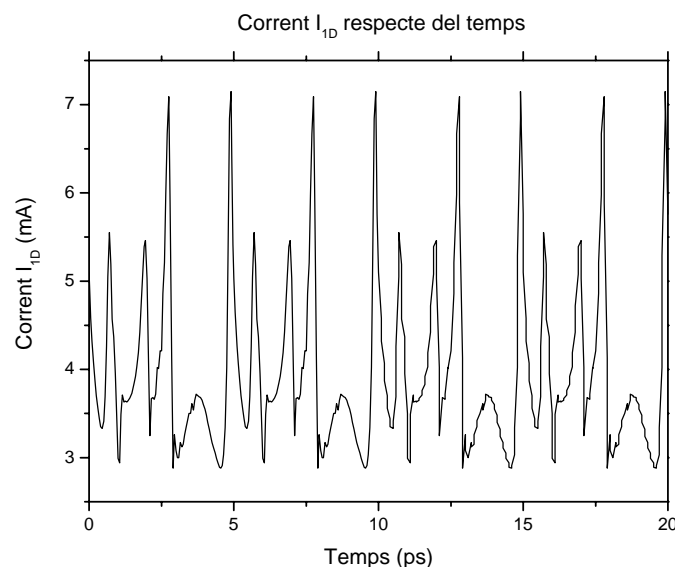
**Figura 5.3.1.4.4:** Simulació en FORTRAN del corrent d'entrada (blau) i sortida (verd) per al sistema complet a través del programa en.

Com es mostra en aquests exemples els resultats són idèntics, de manera que s'ha comprovat que el programa desenvolupat és una eina útil i fiable per al nostre estudi de l'efecte de les connexions en les característiques dels dispositius electrònics a THz.

## 6 L'efecte de les connexions en el transport electrònic a freqüències de THz

A partir de tot l'estudi fet fins ara, volem veure quin és l'efecte de les connexions en el conjunt del sistema. Sabem que per a baixes freqüències l'efecte dels cables es pot menysprear, ja que s'assumeix que el voltatge i el corrent no varien al llarg del cable i segueixen instantàniament el valor de la tensió. Però aquesta assumpció no és estrictament certa, ja que la velocitat de propagació dels senyals electromagnètics,  $c$ , en el cable no és infinita, sinó que és menor o igual a la velocitat de la llum  $c \leq c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Però quan la freqüència del senyal és comparable a la inversa del temps que necessita per recórrer el cable, llavors la descripció del corrent i la tensió en el cable comencen a tenir importància. És a dir, quan la longitud del cable és comparable amb la longitud d'ona del senyal electromagnètic,  $W \geq \lambda$ . En el nostre cas, per a freqüències al voltant del THz, la longitud d'ona és del voltant de  $300 \text{ }\mu\text{m}$ . Veurem que per a longituds de cable superiors a la micra la propagació electromagnètica comença a ser rellevant.

A continuació, discutim la necessitat de trobar una solució autoconsistent entre el dispositiu i les connexions, ja que si es tracta el dispositiu com un conjunt aïllat, sense tenir en compte les connexions, la solució pot ser que no sigui correcte, ja que l'efecte de les connexions pot modificar dràsticament el funcionament esperat del dispositiu.



**Figura 6.1:** Corrent  $I_{ID}$  del DTD en funció del temps.

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

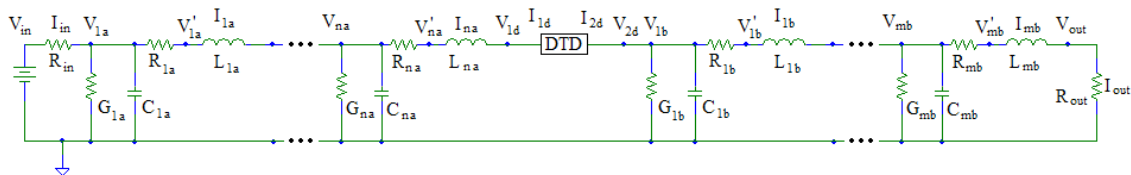
Com ja hem explicat per trobar el valor del corrent del DTD s'ha simulat només la zona activa del dispositiu, fixant els valors de la tensió i trobant uns valors del corrent que hi circula. Ara volem simular el sistema global i veure si aquestes tensions en els terminals del DTD que es suposaven fixes es poden considerar així, ja que en realitat la corrent del DTD és funció de les dues tensions dels terminals,  $I = f(V_{1D}, V_{2D})$ , i una modificació del corrent porta associada una variació de les tensions.

També hem vist que el valor del corrent no és un valor fix, sinó que varia al llarg del temps a freqüències de THz, com es mostra en la figura 6.1, amb un període de 5 ps. Volem destacar que la dependència temporal del senyal implica que no podem utilitzar les simplificacions habitual en la línia de transmissió pròpies de l'ús exclusiu de senyals sinusoidals. Per tant, les típiques "receptes" de matching de senyal sinusoidal en el rang de microones no és directament aplicable en el nostre problema.

Passem primer a veure el sistema global sense pèrdues i després analitzarem el sistema global amb pèrdues.

### **6.1 Sistema global sense pèrdues**

Primer volem veure quin és l'efecte de les connexions suposant, que els cables són ideals, això és, sense tenir en compte les pèrdues. El representació esquemàtica d'aquest sistema és la que es mostra en la figura 6.1.1, on tenim dues connexions modelitzades amb dues línies de transmissió, que connecten el dispositiu a una font i a una resistència de sortida.



**Figura 6.1.1:** Sistema global format per un DTD connectat a una font a través d'una línia de transmissió real A de N malles i a terra a través d'una línia de transmissió real B de M malles.

En el cas de tenir cables ideals, tant les resistències R com les conductàncies G de totes dues línies valen 0. Per simplificar suposarem que les dues línies són idèntiques.

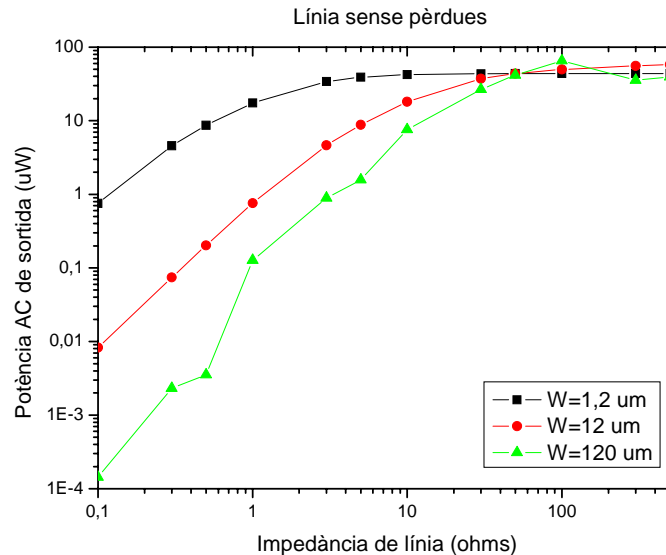
Un dels problemes més comuns que afecta a la freqüència de resposta dels nanodispositius és la alta impedància entre els seus terminals, que fa que gran part de la potència aplicada es reflecteixi. Les altes impedàncies també causen problemes de vulnerabilitat de capacitats paràsites i generalment resulten en un temps de resposta

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

molt llarg. Per això en aquest apartat estudiarem la potència que el dispositiu és capaç de lliurar a la càrrega,  $P_{out}$ , on aquesta té un valor de  $50 \Omega$ , en funció de la impedància de la línia per a longituds diverses.

Recordem que la impedància de la línia està relacionada amb els paràmetres  $L$  i  $C$  a través de l'expressió  $Z = \sqrt{L/C}$  on  $L$  i  $C$  són per unitat de longitud. A més tots dos paràmetres també estan relacionats per la velocitat de propagació segons l'expressió  $c = 1/\sqrt{LC}$ . El corrent que subministra el DTD està dibuixat en la figura 6.1. Per simplicitat suposem que el corrent  $I_{2D}(t) = I_{1D}(t)$ .

Les longituds de les línies són de  $1,2 \mu m$ ,  $12 \mu m$  i  $120 \mu m$ , i la impedància varia des de  $0,1$  fins a  $500 \Omega$ . Cal indicar que totes les taules amb els valors que s'han fet servir per a les gràfiques d'aquest apartat es troben en l'annex C.

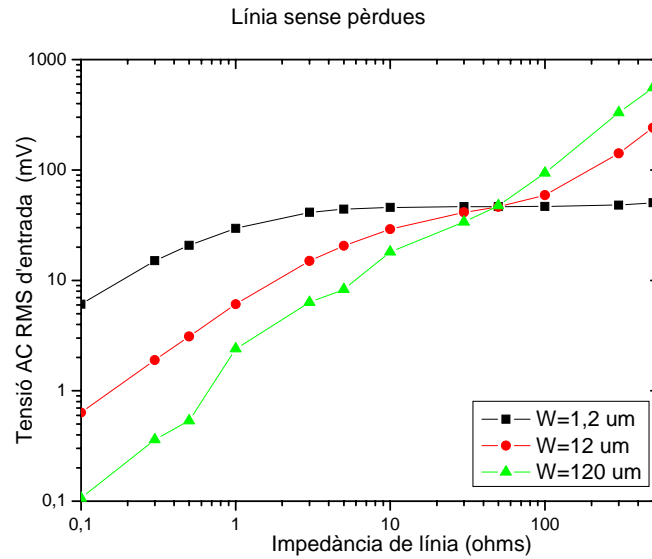


**Figura 6.1.2:** Potència AC de sortida  $P_{out}$  en funció de la impedància de la línia per a diverses longituds de línia.

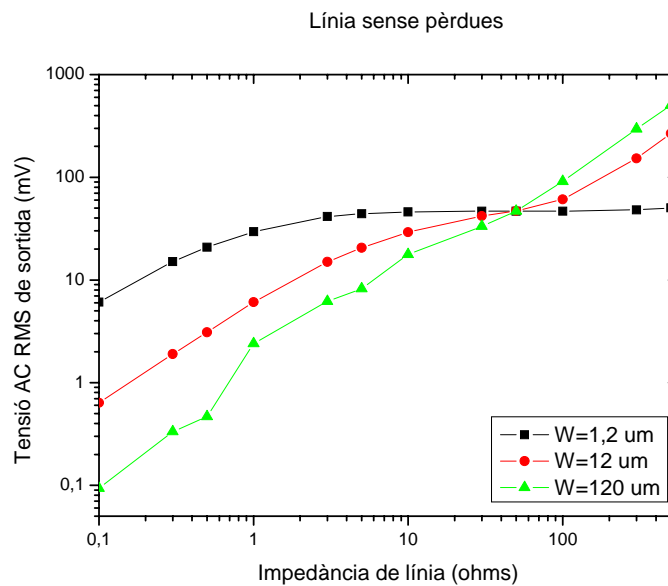
El resultat de la potència transmesa a la càrrega per a una línia sense pèrdues el tenim en la figura 6.1.2. Veiem que la potència que el DTD pot lliurar a la resistència de sortida tendeix a un valor d'aproximadament  $0,05 mW$  en tots tres casos, a partir d'una impedància de línia de  $50 \Omega$  es comença a assolir aquest valor.

També volem veure quin és el comportament del corrent a l'entrada  $V_{1D}$  i a la sortida  $V_{2D}$  del DTD, és a dir, en els contactes de font i drenador respectivament. L'estudi també el farem en funció de la impedància i per a les tres longituds de línia anteriors. Aquests resultats els tenim dibuixats en les gràfiques 6.1.3 i 6.1.4.

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions



**Figura 6.1.3:** Tensió RMS d'entrada al DTD en funció de la impedància de la línia per a diverses longituds de línia.



**Figura 6.1.4:** Tensió RMS de sortida al DTD en funció de la impedància de la línia per a diverses longituds de línia.

En les figures 6.1.3 i 6.1.4 veiem que la tensió en els contactes de drenador i font del DTD no són fixes amb el temps, i totes dues gràfiques són força semblant. Veiem que hi ha un punt en comú per a les tres longituds de línia que correspon amb el valor RMS de la tensió d'uns 50 mV i una impedància de 50  $\Omega$ .

Tal i com ja hem dit abans, en aquestes tres gràfiques es pot veure clarament com per a una línia de longitud més petita les variacions de potència i tensió no són tant importants. Tot i les oscil·lacions que es produeixen en els contactes de drenador i font

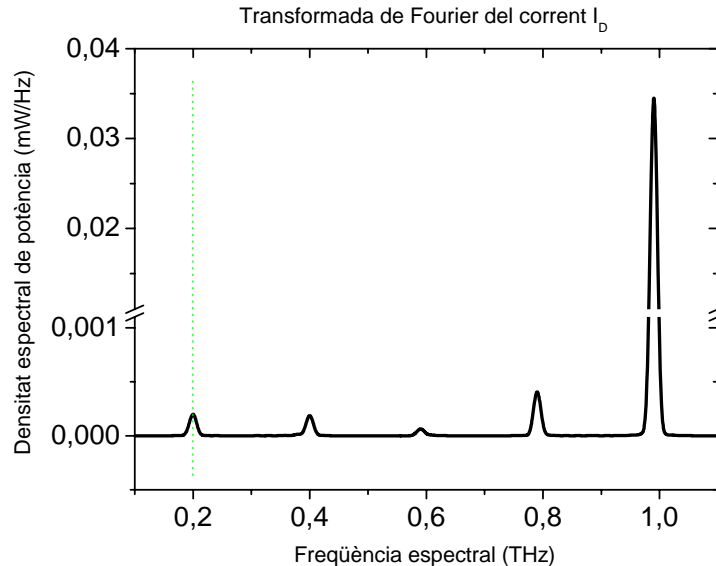


## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

del DTD, per qualsevol d'aquestes tres longituds de línia i amb impedàncies menors a uns  $200\ \Omega$ , els resultats del corrent del DTD mostrats en la figura 6.1 pel DTD aïllat, es poden considerar acurats per el sistema global, ja que l'interval entre dues energies ressonants diferents dins d'un pou quàntic és superior a  $100\text{ mV}$  i les oscil·lacions de les tensions als extrems del DTD de la figura 6.1.4 són inferiors a aquest valor.

També cal observar que per a línies de transmissió prou llargues necessitem sistemes d'unió entre el DTD i l'exterior més sofisticats, ja que la potència que es lliura a la càrrega és molt petita.

En la figura 6.1.5 hem representat la transformada de Fourier del corrent a la resistència de càrrega per a la línia més curta ( $W = 1.2\ \mu\text{m}$ ) sense pèrdues i amb una impedància de  $Z = 50\ \Omega$ . En aquesta figura es pot veure que per al sistema estudiat s'obté una potència de sortida en el quart harmònic (1 THz) de la freqüència d'entrada (200 GHz). Veiem per tant que la major part de la potència AC és lliurada en el quart harmònic. Com s'ha comentat anteriorment, el senyal que tractem no és sinusoidal pur i per tant requereix de models de propagació que continguin la variable temps explícitament, com el que hem desenvolupat en l'anterior capítol.

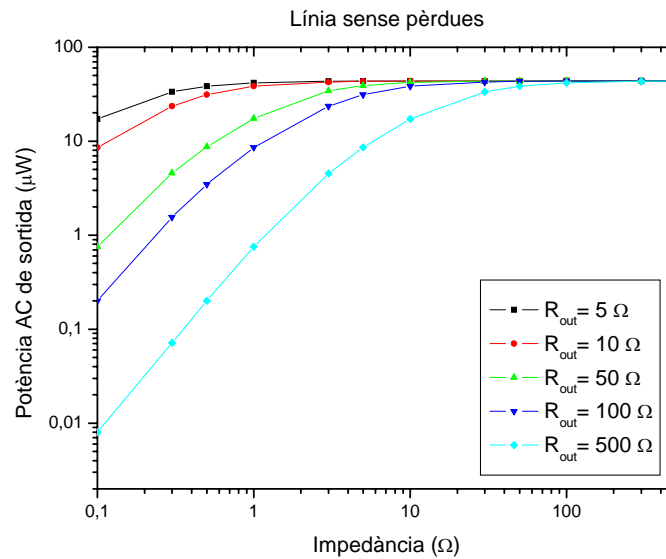


**Figura 6.1.5:** Densitats espectrals de potència del corrent en la resistència de càrrega (línia sòlida). Freqüència del senyal d'entrada (línia de punts).

Passem a veure ara com varia la potència de sortida i el corrent de sortida del DTD en funció de la resistència de càrrega. Per aquest estudi hem agafat la línia més

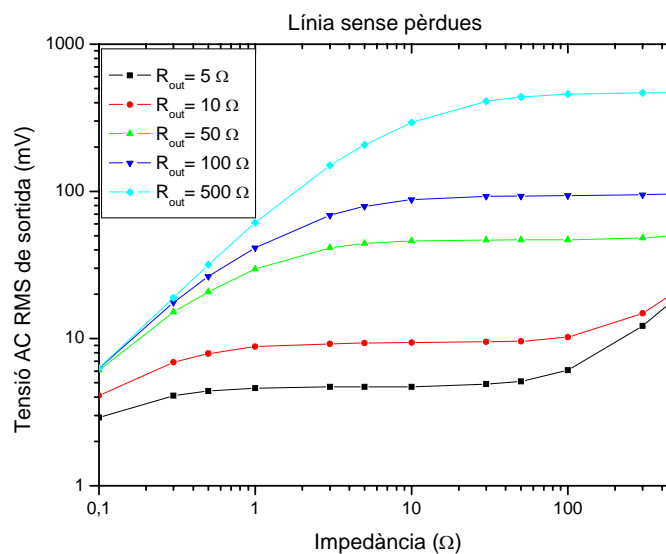
## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

petita ( $W = 1.2 \mu\text{m}$ ). En la figura 6.1.6 hem representat la potència de sortida en funció de la impedància per a resistències de càrrega de valors 5, 10, 50, 100 i 500 ohms.



**Figura 6.1.6:** Potència AC de sortida  $P_{\text{out}}$  en funció de la impedància de la línia per a diverses resistències de càrrega.

En la figura 6.1.6 veiem que per a impedàncies menors a 10  $\Omega$  a mesura que la resistència es va fent més gran, la potència lliurada és més petita, degut a que al tenir una resistència més gran, la corrent que hi circula és més petita. A partir dels 50  $\Omega$  veiem que la potència lliurada a la càrrega és independent del seu valor, assolint gairebé els 0.05 mW en tots els casos.



**Figura 6.1.7:** Tensió AC RMS de sortida en funció de la impedància de la línia per a diverses resistències de càrrega.

## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

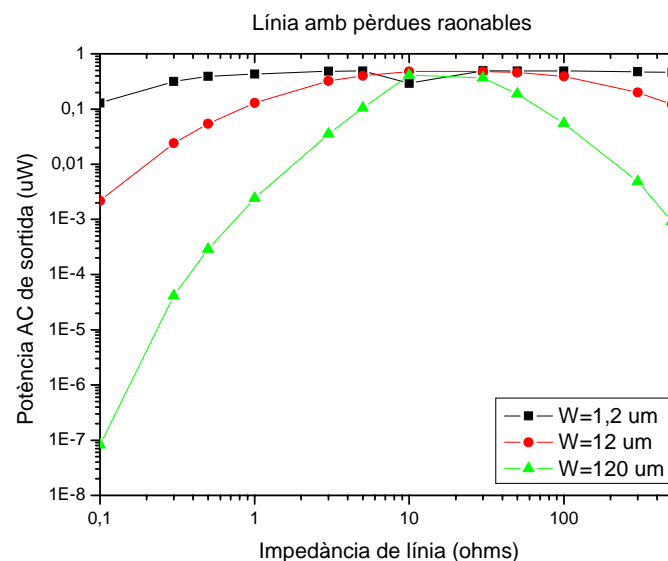
En la figura 6.1.7 hem representat la tensió de sortida del DTD en funció de la impedància de la línia per diverses resistències de sortida. Veiem com al augmentar el valor d'aquesta resistència, aquesta tensió també augmenta fins a uns valors de les tensions incompatibles amb la condició inicial per les tensions en el DTD utilitzades en el càlcul del corrent.

Com a conclusió d'aquest primer apartat, a partir de l'estudi de totes les gràfiques, podem dir que la màxima potència que es pot extreure del DTD és de 0.05 mW utilitzant connexions de  $W = 1.2 \mu\text{m}$  amb impedàncies de la línia iguals o superiors a  $50 \Omega$  i utilitzant resistències de càrrega inferiors als  $100 \Omega$ . Altres configuracions, poden disminuir dràsticament la potència del dispositiu.

### **6.2 Sistema global amb pèrdues**

Com ja hem vist en els apartats anteriors, tant el dielèctric com el conductor en una guia d'ona no ideal produeixen pèrdues en la potència transmesa a través de la guia d'ona i distorsions en la propagació del senyal.

En la figura 6.2.1 reproduïm els resultats de obtinguts en la gràfica de la figura 6.1.2, però ara els valors de les resistències i conductàncies que es mostraven en la figura 6.1.1 no són nul·les si no que tenen un valor de  $1 \Omega$  i  $0.01 \Omega^{-1}$  respectivament. Veiem que la potència lliurada a la càrrega és menor de  $0.5 \mu\text{W}$ , per tant, comparant-lo amb el resultat per a la línia de transmissió ideal, tenim que aquesta potència lliurada a la càrrega és dos ordres de magnitud més petita.

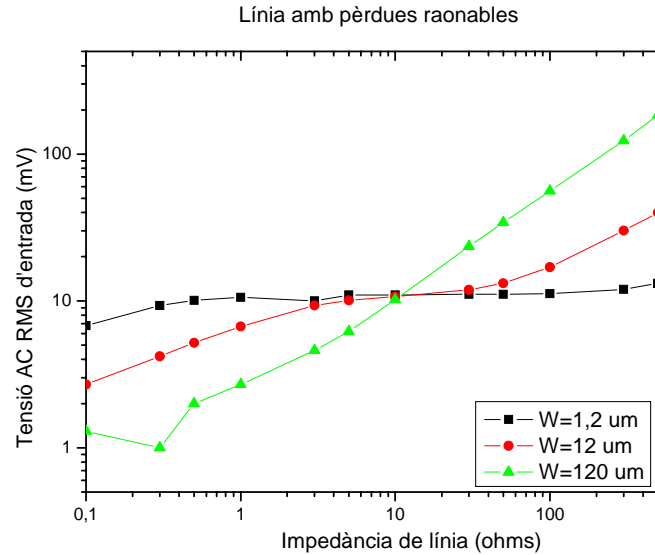


**Figura 6.2.1:** Potència AC de sortida  $P_{\text{out}}$  en funció de la impedància de la línia per a diverses longituds de línia.

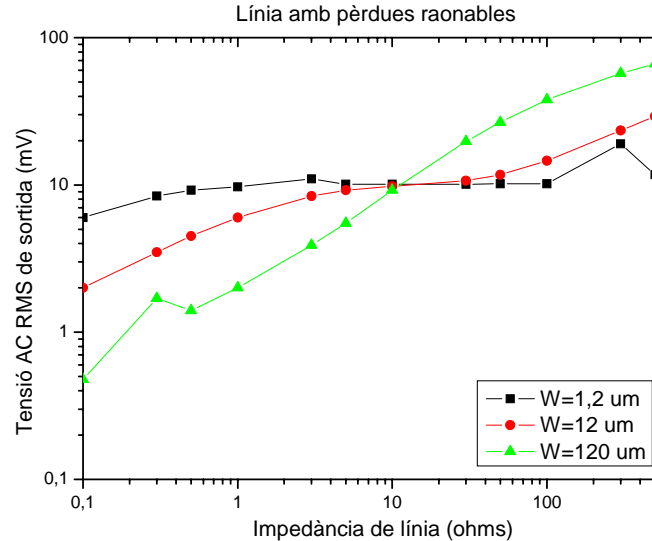
## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

Cal notar que en la gràfica trobem un punt màxim de potència per a totes tres longituds de línia entre els 10 i els 50  $\Omega$ , Aquest valor màxim es deu a que la línia està adaptada.

En les figures 6.2.2 i 6.2.3 hem representat la tensió en els contactes de font i drenador en funció de la impedància i per a les tres longituds de línia anteriors.



**Figura 6.2.2:** Tensió RMS d'entrada al DTD en funció de la impedància de la línia per a diverses longituds de línia.

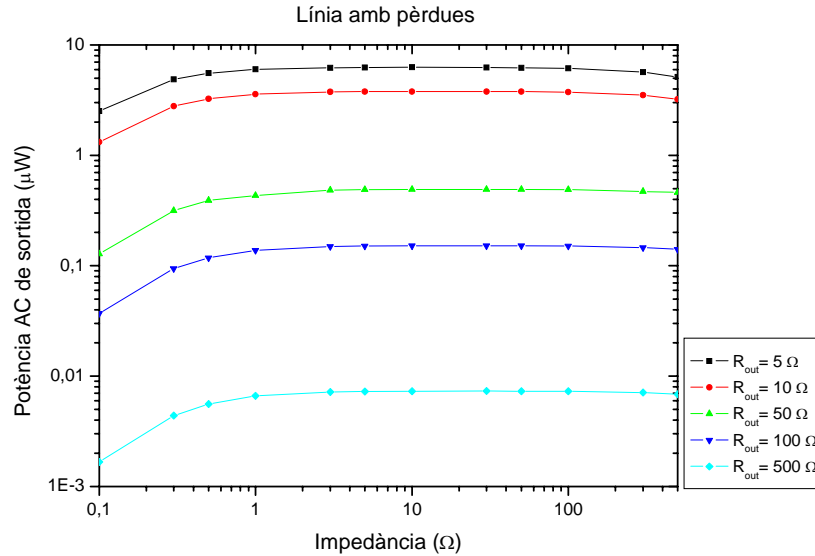


**Figura 6.2.3:** Tensió RMS de sortida al DTD en funció de la impedància de la línia per a diverses longituds de línia.

Comparant aquestes dues gràfiques amb les obtingudes per a la línia ideal veiem que el valor RMS de la tensió és més petit, concretament per a una impedància de 50  $\Omega$  la tensió val aproximadament uns 15 mV, i una mica més en el cas de la línia més llarga. En aquestes figures tornem a trobar un punt en comú per a les tres longituds de línia que correspon amb el valor RMS de la tensió d'uns 10 mV i una impedància de 10  $\Omega$ .

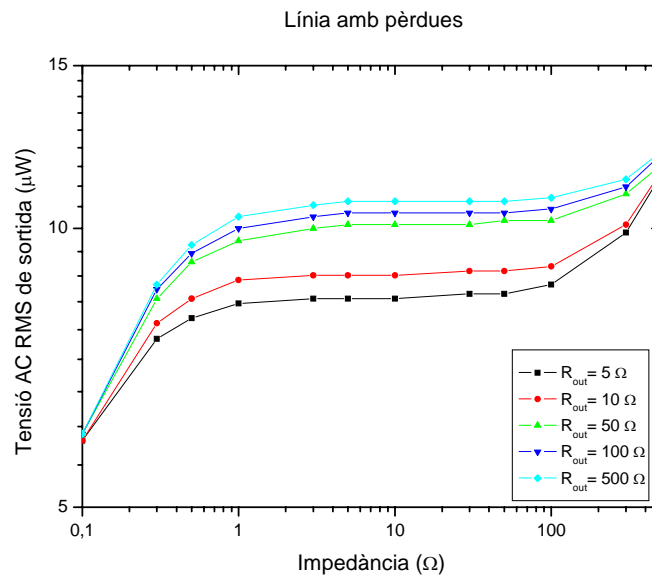
## Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

Anem a veure que passa si canvia la resistència de càrrega. Per aquest estudi hem agafat la línia més petita ( $W = 1.2 \mu\text{m}$ ) i hem fet servir diversos valors de la resistència de càrrega.



**Figura 6.2.4:** Potència AC de sortida  $P_{\text{out}}$  en funció de la impedància de la línia per a diverses resistències de càrrega.

En la figura 6.2.4 tenim la representació de la potència de sortida en funció de la impedància de línia. Veiem que quan la resistència de càrrega augmenta la potència lliurada a aquesta resistència disminueix, ja que el corrent es fa més petit.



**Figura 6.2.5:** Tensió RMS de sortida al DTD en funció de la impedància de la línia per a diverses resistències de càrrega.

### Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació electromagnètica en les connexions

En la figura 6.2.5 hem representat la tensió de sortida del DTD en funció de la impedància de la línia per diverses resistències de sortida. Veiem com al augmentar el valor d'aquesta resistència, aquesta tensió també augmenta. Veiem que comparat amb el cas sense pèrdues la variació de tensió ara és molt petita, només cal fixar-se en l'escala de totes dues gràfiques.

Com a conclusió d'aquest segon apartat, hem vist que podem dir que la màxima potència que es pot extreure del DTD és de  $0.5 \mu\text{W}$  (per les pèrdues considerades) utilitzant connexions de  $W = 1.2 \mu\text{m}$  amb impedàncies de la línia en el rang de  $10\text{-}50 \Omega$  i resistències de càrrega de  $50 \Omega$  exactament.

Hem volgut fer el mateix estudi per a pèrdues una mica més grans, però hem trobat que els valors de potència i tensió eren molt petits. La potència tenia valors de l'ordre de  $10^{-40} \mu\text{W}$  en el millor dels casos i la tensió de sortida tenia valors sobre  $1 \mu\text{V}$ , per això no ens ha semblat adient posar aquestes gràfiques.

Un altre estudi que a priori semblava interessant era veure que passava si el corrent és reduït en un ordre de magnitud. És a dir, si enlloc de tenir un corrent per al DTD amb uns valors que oscil·len entre  $3$  i  $7 \text{ mV}$ , fossin entre  $0,3$  i  $0,7 \text{ mV}$ . Però al fer les simulacions hem vist que amb aquest valor per al corrent, tant la potència lliurada a la càrrega com els valors de la tensió tenen valors molt petits, de l'ordre de  $10^{-50} \mu\text{W}$  per a la potència i de  $10^{-20} \mu\text{V}$  per a la tensió de sortida, per això tampoc hem posat el resultat d'aquestes simulacions.

## 7 Conclusions

Actualment, els dispositius de dimensions nanomètriques poden generar senyals amb freqüències de THz. En el nostre treball hem presentat un nou concepte de dispositius, el DTD, que presenta aquestes característiques. El DTD ha estat desenvolupat per el departament d'Enginyeria Electrònica de la UAB i basa el seu funcionament en els fenòmens de transport quàntic per efecte túnel en sistemes no estàtics, on els potencials oscil·len a freqüències al voltant del THz. Al treballar en aquest rang de freqüències tant elevat, el paper de les connexions en el funcionament global del DTD pot ser important. Per tant, en particular, en aquest treball hem estudiat amb detall la unió entre el transport quàntic en dispositius nanoelectrònics i la propagació electromagnètica en les connexions.

Aquest treball s'ha centrat en estudiar el sistema global, això és dispositiu més connexions, i no només la zona activa del dispositiu. Hem vist amb detall quin és l'efecte que produeixen els connexions en la propagació del senyal. Hem plantejat el problema a resoldre i l'hem anat simplificant fins a poder tractar-lo de forma més senzilla. Així, hem suposat que la propagació del senyal que tenim és una propagació transversal electromagnètica (TEM), que és la que es dona en els cables coaxials, de manera que la solució del nostre problema esdevenia llavors trobar el valors del corrent i la tensió en funció de la direcció de propagació.

Els cables de connexió els hem estudiat amb el model de paràmetres distribuïts que s'obté per a la línia de transmissió. Els hem estudiat tant en condicions ideal com en condicions reals considerant les pèrdues. Per a tot aquest estudi hem desenvolupat un programa amb llenguatge FORTRAN que ens soluciona el nostre sistema d'equacions de diferències finites a través d'una resolució matricial.

En l'aplicació concreta del programa per a l'estudi del paper de les connexions en la realització particular d'un DTD hem trobat que, pel cas sense pèrdues en la línia, la màxima potència que es pot extreure del DTD és de 0.05 mW utilitzant connexions de  $W = 1.2 \mu\text{m}$  amb impedàncies de la línia iguals o superiors a  $50 \Omega$  i utilitzant resistències de carrega inferiors als  $100 \Omega$ . Altres configuracions, poden disminuir dràsticament la potencia del dispositiu. Pel cas amb pèrdues raonables en la línia de transmissió, hem vist que la màxima potència que es pot extreure del DTD és de  $0.5 \mu\text{W}$

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

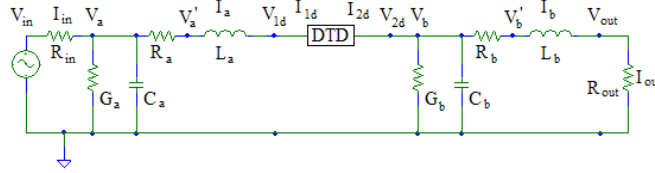
utilitzant connexions de  $W = 1.2 \mu\text{m}$  amb impedàncies de la línia en el rang de 10-50  $\Omega$   
i utilitzant resistències de càrrega de 50  $\Omega$  exactament.

Cal destacar que bona part dels resultats obtinguts estan inclosos en un article  
que ha estat acceptat per ser publicat la revista científica internacional *Solid State  
Electronics*.



## Annex A: Resolució matricial per a un exemple concret

En aquest annex es veurà un exemple concret del nostre sistema, descrit en l'apartat 5. Suposem que les dues línies de transmissió són de una sola malla, de manera que el nostre circuit és com el de la figura A.1



**Figura A.1:** Sistema format per un DTD connectat a una font a través d'una línia de transmissió real A d'una sola malla i a terra a través d'una línia de transmissió real B amb una única malla.

Amb els mateixos raonaments utilitzats en l'apartat 5 per trobar les equacions quan les línies de transmissió podien tenir qualsevol nombre de malles, tenim 12 variables que són:

Tensió:  $V_{in}$ ,  $V_{1A}$ ,  $V_{1D}$ ,  $V_{2D}$ ,  $V_{1B}$ ,  $V_{out}$

Corrent:  $I_{in}$ ,  $I_{1A}$ ,  $I_{1D}$ ,  $I_{2D}$ ,  $I_{1B}$ ,  $I_{out}$

I les equacions són:

$$\left(1 + \Delta t \frac{R_A}{L_A}\right) I_A(t+1) - \frac{\Delta t}{L_A} V_A(t+1) + \frac{\Delta t}{L_A} V_{1D}(t+1) = I_A(t)$$

$$\left(1 + \Delta t \frac{G_A}{C_A}\right) V_A(t+1) - \frac{\Delta t}{C_A} I_{in}(t+1) + \frac{\Delta t}{C_A} I_A(t+1) = V_A(t)$$

$$\left(1 + \Delta t \frac{R_B}{L_B}\right) I_B(t+1) - \frac{\Delta t}{L_B} V_B(t+1) + \frac{\Delta t}{L_B} V_{out}(t+1) = I_B(t)$$

$$\left(1 + \Delta t \frac{G_B}{C_B}\right) V_B(t+1) - \frac{\Delta t}{C_B} I_{2D}(t+1) + \frac{\Delta t}{C_B} I_B(t+1) = V_B(t)$$

$$I_{in}(t+1) + \frac{V_A(t+1)}{R_{in}} - \frac{V_{in}(t+1)}{R_{in}} = 0 \quad V_{in} \text{ conegut}$$

$$I_B(t+1) - \frac{V_{out}(t+1)}{R_{out}} = 0 \quad I_{out} = I_B$$

$$I_{1D} = I_A \quad I_{1D} \text{ conegut}$$

$$I_{2D} \text{ conegut} \quad V_{2D} = V_B$$

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

1	0	0	0	0	0	$-1/R_{in}$	$1/R_{in}$	0	0	0	0
0	$1+\Delta t R_a/L_a$	0	0	0	0	0	$-\Delta t/L_a$	$\Delta t/L_a$	0	0	0
0	0	$1+\Delta t R_a/L_a$	0	0	0	0	$-\Delta t/L_a$	$\Delta t/L_a$	0	0	0
0	0	0	$1+\Delta t R_a/L_a$	0	0	0	$-\Delta t/L_a$	$\Delta t/L_a$	0	0	0
0	0	0	0	$1+\Delta t R_b/L_b$	0	0	0	0	0	$-\Delta t/L_b$	$\Delta t/L_b$
0	0	0	0	0	$1+\Delta t R_b/L_b$	0	0	0	0	$-\Delta t/L_b$	$\Delta t/L_{mb}$
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$-\Delta t/C_a$	$\Delta t/C_a$	0	0	0	0	0	$1+\Delta t G_a/C_a$	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$-\Delta t/C_b$	$\Delta t/C_b$	0	0	0	0	$1+\Delta t G_b/C_b$	0	0
0	0	0	$-\Delta t/C_b$	$\Delta t/C_b$	0	0	0	0	0	$1+\Delta t G_b/C_b$	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	$-1/R_o$

a)

$I_{in}$
$I_a$
$I_{1d}$
$I_{2d}$
$I_b$
$I_{out}$
$V_{in}$
$V_a$
$V_{1d}$
$V_{2d}$
$V_b$
$V_{out}$

b)

0
$I_a(t)$
$I_{1d}(t)$
$I_{2d}(t)$
$I_b(t)$
$I_{out} = I_{mb}(t)$
$V_{in}(t+1)$ (Valor conegut)
$V_a(t)$
$I_{1d}(t+1)$ (Valor conegut)
$V_{2d}(t)$
$V_b(t)$
0

c)

**Taula A.1:** Representació esquemàtica de les matrius descrites per el sistema d'equacions que defineix el comportament del sistema a estudiar. **a)** Matriu que conté la relació entre les variables **b)** Matriu que conté les variables del sistema **c)** Matriu que conté el terme independent.

De manera que les matrius queden tal com es mostra en la taula A.1. Com ja hem explicat en l'apartat 5, els valors per al instant  $t$  són coneguts, i amb aquests es calculen els de l'instant  $t+1$ . Però a part, també es conegut en tot moment la tensió que subministra la font  $V_{in}$  i les tensions d'entrada i sortida del DTD,  $I_{1D}$  i  $I_{2D}$  respectivament.

## Annex B: Codificació programa FORTRAN

En aquest annex mostrarem la codificació del programa utilitzat. En l'apartat 5 ja em explicat com s'ha estructurat el programa.

```
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
c                                                                    c
c      SIMULACIÓ MATRIU LINIA TRANSMISSIÓ                          c
c      juny'07                                                         c
c                                                                    c
c      PROGRAMA PRINCIPAL: MAIN                                       c
c                                                                    c
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc

PROGRAM MAIN
USE MSFLIB
IMPLICIT NONE
INCLUDE 'var.for'
INTEGER I
INTEGER ENA,EMA
DOUBLE PRECISION RESULTAT

DO I=1,MALLESA+MALLESB+4
    INTENSITAT(I,0)=0.0
    TENSIO(I,0)=0.0
ENDDO

CALL CREACIO_FONT_DE_CORRENT

!definició de la línia i els valors inicials
RES_IN=50                                !resistència font
RES_OUT=50                               !resistència càrrega

DO I=1,MALLESA                           !1a línia
    LMA(I)=1.67E-15                       !bobines
    CMA(I)=6.68E-15                       !condensadors
    GMA(I)=0.005                          !pèrdues dielèctric
    RMA(I)=1                              !pèrdues conductor
ENDDO

DO I=1,MALLESB                           !2a línia
    LMB(I)=1.67E-15                       !bobines
    CMB(I)=6.68E-15                       !condensadors
    GMB(I)=0.005                          !pèrdues dielèctric
    RMB(I)=1                              !pèrdues conductor
ENDDO

!calcul de la matriu
CALL CALCUL_DE_MATRIU

DO ENA=1,DIMMAT
```

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

```
DO EMA=1,DIMMAT

MAT_SIST2(ENA,EMA)=MAT_SIST(ENA,EMA)
ENDDO
ENDDO

CALL ludcmp

OPEN(20,FILE='PUNTERPSPICE.TXT')

DO NIT=0,NOMBREDT

!Assignem els valors coneguts
!Tensio entrada Vin
TENSIO(1,0)=0.1
TENSIO(1,1)=0.1

!calcul del terme independent
CALL CALCUL_TERME_INDEPENDENT

DO ENA=1,DIMMAT
TERME_INDEP2(ENA)=TERME_INDEP(ENA)
ENDDO

CALL lubksb

!Escritura resultats en I i V
CALL CALCUL_VARIABLES

WRITE(20,'((9(E12.6,1X)))') NIT*DT,
& TENSIO(1,1),
& INTENSITAT(1,1),
& TENSIO(MALLESA+2,1),
& INTENSITAT(MALLESA+2,1),
& TENSIO(MALLESA+3,1),
& INTENSITAT(MALLESA+3,1),
& TENSIO(MALLESA+MALLESB+4,1),
& INTENSITAT(MALLESA+MALLESB+4,1)

DO ENA=1,DIMMAT
RESULTAT=0
DO EMA=1,DIMMAT
RESULTAT=RESULTAT+MAT_SIST2(ENA,EMA)*
& TERME_INDEP(EMA)
ENDDO
ENDDO
ENDDO

CLOSE(20)

END
```

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

```
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
C                                                                    C
C      SIMULACIÓ MATRIU LINIA TRANSMISSIÓ                          C
C      juny'07                                                       C
C                                                                    C
C      SUBROUTINA: RESULTAT                                          C
C                                                                    C
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
SUBROUTINE CREACIO_FONT_DE_CORRENT
  IMPLICIT NONE
  DOUBLE PRECISION INTENPARCIAL(1:101)
  DOUBLE PRECISION TEMPSPARCIAL(1:101)
  DOUBLE PRECISION TEMPS, INAUX1, INAUX2, TEAUX1, TEAUX2
  INTEGER I, J
  INCLUDE 'var.for'

  OPEN(10, FILE='INTENSITAT.TXT')

  DO I=1,101
    READ(10,*) TEMPSPARCIAL(I), INTENPARCIAL(I)
  ENDDO

  FONTINT(0)=INTENPARCIAL(1)
  DO I=1,NOMBREDT+1
    TEMPS=MODULO(I*DT,TEMPSPARCIAL(101))
    J=2
    DO WHILE (TEMPSPARCIAL(J).LT.TEMPS)
      J=J+1
    ENDDO
    TEAUX1=TEMPSPARCIAL(J-1)
    TEAUX2=TEMPSPARCIAL(J)
    INAUX1=INTENPARCIAL(J-1)
    INAUX2=INTENPARCIAL(J)
    FONTINT(I)=
&    INAUX1+( INAUX2-INAUX1)/(TEAUX2-TEAUX1)*(TEMPS-TEAUX1)
  ENDDO

  END
```

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
C      SIMULACIÓ MATRIU LINIA TRANSMISSIÓ                      C
C      juny'07                                                  C
C                                                                C
C      SUBROUTINA: LINIA_DTD                                    C
C                                                                C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
SUBROUTINE CALCUL_DE_MATRIU
IMPLICIT NONE
INCLUDE 'var.for'
INTEGER I, J

!per llei ohm a l'entrada
I=1
J=1
MAT_SIST(I,J)=1

J=MALLESA+MALLESB+5
MAT_SIST(I,J)=-1/RES_IN

J=MALLESA+MALLESB+6
MAT_SIST(I,J)=1/RES_IN

!Intensitat a les malles de la linia A
DO I=2,MALLESA+1
  DO J=2,2*MALLESA+MALLESB+6
    IF (J.EQ.I) THEN
      MAT_SIST(I,J)=1+(DT*RMA(I-1))/LMA(I-1)
    ENDIF
    IF (J.EQ.MALLESA+MALLESB+4+I) THEN
      MAT_SIST(I,J)=-DT/LMA(I-1)
    ENDIF
    IF (J.EQ.MALLESA+MALLESB+5+I) THEN
      MAT_SIST(I,J)=DT/LMA(I-1)
    ENDIF
  ENDDO
ENDDO

!Intensitat en el DTD
DO I=MALLESA+2,MALLESA+3
  DO J=MALLESA+2,2*MALLESA+MALLESB+6
    IF (J.EQ.I) THEN
      MAT_SIST(I,J)=1+(DT*RMA(MALLESA))/LMA(MALLESA)
    ENDIF
    IF (J.EQ.2*MALLESA+MALLESB+5)
      MAT_SIST(I,J)=-DT/LMA(MALLESA)
    ENDIF
    IF (J.EQ.2*MALLESA+MALLESB+6) THEN
      MAT_SIST(I,J)=DT/LMA(MALLESA)
    ENDIF
  ENDDO
ENDDO

!Intensitat a les malles de la linia B
DO I=MALLESA+4, MALLESA+MALLESB+3
```

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

```

DO J=MALLESA+4,2*(MALLESA+MALLESB+4)
IF (J.EQ.I) THEN
    MAT_SIST(I,J)=1+(DT*RMB(I-MALLESA-3))/
&    LMB(I-MALLESA-3)
ENDIF
IF (J.EQ.MALLESA+MALLESB+4+I) THEN
    MAT_SIST(I,J)=-DT/LMB(I-MALLESA-3)
ENDIF
IF (J.EQ.MALLESA+MALLESB+5+I) THEN
    MAT_SIST(I,J)=DT/LMB(I-MALLESA-3)
ENDIF
ENDDO
ENDDO

!Intensitat a la càrrega
I=MALLESA+MALLESB+4
DO J=MALLESA+4,2*(MALLESA+MALLESB+4)
    IF (J.EQ.I) THEN
        MAT_SIST(I,J)=1+(DT*RMB(MALLESB))/LMB(MALLESB)
    ENDIF
    IF (J.EQ.2*MALLESA+2*MALLESB+7) THEN
        MAT_SIST(I,J)=-DT/LMB(MALLESB)
    ENDIF
    IF (J.EQ.2*MALLESA+2*MALLESB+8) THEN
        MAT_SIST(I,J)=DT/LMB(MALLESB)
    ENDIF
ENDDO

!tensió a la entrada
I=MALLESA+MALLESB+5
J=MALLESA+MALLESB+5
MAT_SIST(I,J)=1

!tensió a les malles de la linia A
DO I=MALLESA+MALLESB+6,2*MALLESA+MALLESB+5
    DO J=1,2*MALLESA+MALLESB+5
        IF (J.EQ.I) THEN
            MAT_SIST(I,J)=1+(DT*GMA(I-MALLESA-MALLESB-5))/
&            CMA(I-MALLESA-MALLESB-5)
        ENDIF
        IF (J.EQ.I-MALLESA-MALLESB-5) THEN
            MAT_SIST(I,J)=-DT/CMA(I-MALLESA-MALLESB-5)
        ENDIF
        IF (J.EQ.I-MALLESA-MALLESB-4) THEN
            MAT_SIST(I,J)=DT/CMA(I-MALLESA-MALLESB-5)
        ENDIF
    ENDDO
ENDDO

!tensió a la entrada de DTD
I=2*MALLESA+MALLESB+6
!sense DTD tenim Vld = V2d
J=2*MALLESA+MALLESB+6
MAT_SIST(I,J)=(1+(DT*GMB(1))/CMB(1))*(1-DTD)
J=MALLESA+3
MAT_SIST(I,J)=(-DT/CMB(1))*(1-DTD)
J=MALLESA+4
MAT_SIST(I,J)=(DT/CMB(1))*(1-DTD)

```



Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

```
!amb DTD tenim que Id1 és conegut
J=MALLESA+2
MAT_SIST(I,J)=1*DTD

!tensió a la sortida de DTD
I=2*MALLESA+MALLESB+7
J=2*MALLESA+MALLESB+7
MAT_SIST(I,J)=(1+(DT*GMB(1))/CMB(1))
J=MALLESA+3
MAT_SIST(I,J)=-DT/CMB(1)
J=MALLESA+4
MAT_SIST(I,J)=DT/CMB(1)

!tensió a les malles de la línia B
DO I=2*MALLESA+MALLESB+8,2*MALLESA+2*MALLESB+7
  DO J=MALLESA+3,2*MALLESA+2*MALLESB+7
    IF (J.EQ.I) THEN
      MAT_SIST(I,J)=1+(DT*GMB(I-2*MALLESA-MALLESB-7))/CMB(I-2*MALLESA-MALLESB-7)
    &
    ENDIF
    IF (J.EQ.I-MALLESA-MALLESB-5) THEN
      MAT_SIST(I,J)=-DT/CMB(I-2*MALLESA-MALLESB-7)
    ENDIF
    IF (J.EQ.I-MALLESA-MALLESB-4) THEN
      MAT_SIST(I,J)=DT/CMB(I-2*MALLESA-MALLESB-7)
    ENDIF
  ENDDO
ENDDO

!lleis d'Ohm a la resistència de càrrega
I=2*MALLESA+2*MALLESB+8
J=MALLESA+MALLESB+4
MAT_SIST(I,J)=1
J=2*MALLESA+2*MALLESB+8
MAT_SIST(I,J)=-1/RES_OUT

END
```

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C                                                                    C
C      SIMULACIÓ MATRIU LINIA TRANSMISSIÓ                          C
C      juny'07                                                         C
C                                                                    C
C      SUBROUTINA: CALCUL_TERME_INDEPENDENT                         C
C                                                                    C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

SUBROUTINE CALCUL_TERME_INDEPENDENT
IMPLICIT NONE
INCLUDE 'var.for'
INTEGER I

!Els index per les variables V i I són:
!INTENSITAT[Iin,Ila,...,Ina,Ild,I2d,I1b,...,Imb,Iout]
!TENSIO      [Vin,Vla,...,Vna,Vld,V2d,V1b,...,Vmb,Vout]

I=1
TERME_INDEP(I)=0

DO I=2, MALLESA+MALLESB+4
    TERME_INDEP(I)=INTENSITAT(I,0)
ENDDO

DO I=MALLESA+MALLESB+5, 2*MALLESA+MALLESB+5
    TERME_INDEP(I)=TENSIO(I-MALLESA-MALLESB-4,0)
ENDDO

!Si hi ha DTD Id és conegut, si no n'hi ha tenim el terme Vld
I=2*MALLESA+MALLESB+6
TERME_INDEP(I)=DTD*FONTINT(NIT)+(1-DTD)*TENSIO(MALLESA+2,0)

DO I=2*MALLESA+MALLESB+7, 2*MALLESA+2*MALLESB+7
    TERME_INDEP(I)=TENSIO(I-MALLESA-MALLESB-4,0)
ENDDO

I=2*MALLESA+2*MALLESB+8
TERME_INDEP(I)=0

END
```

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C                                                                    C
C      SIMULACIÓ MATRIU LINIA TRANSMISSIÓ                          C
C      juny'07                                                         C
C                                                                    C
C      SUBROUTINA: CALCUL_VARIABLES                                   C
C                                                                    C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

SUBROUTINE CALCUL_VARIABLES
IMPLICIT NONE
INCLUDE 'var.for'
INTEGER I

!Els index per les variables V i I són:
!INTENSITAT[Iin,Ila,...,Ina,Ild,I2d,I1b,...,Imb,Iout]
!TENSIO      [Vin,Vla,...,Vna,Vld,V2d,V1b,...,Vmb,Vout]

DO I=1,MALLESA+MALLESB+4
    INTENSITAT(I,1)=TERME_INDEP(I)
    INTENSITAT(I,0)=TERME_INDEP(I)
ENDDO

DO I=MALLESA+MALLESB+5,2*MALLESA+2*MALLESB+8
    TENSIO(I-MALLESA-MALLESB-4,1)=TERME_INDEP(I)
    TENSIO(I-MALLESA-MALLESB-4,0)=TERME_INDEP(I)
ENDDO

END
```

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

```
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
C                                                                    C
C      SIMULACIÓ MATRIU LINIA TRANSMISSIÓ                          C
C      juny'07                                                        C
C                                                                    C
C      SUPROGRAMA: lubksb()                                          C
C                                                                    C
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc

SUBROUTINE lubksb()
IMPLICIT NONE
INCLUDE 'var.for'
INTEGER i,ii,j,llaux,DIM_MAT_REAL
DOUBLE PRECISION sum

DIM_MAT_REAL=DIMMAT

ii=0
do 12 i=1,DIM_MAT_REAL
    llaux=INDX(i)
    sum=TERME_INDEP(llaux)
    TERME_INDEP(llaux)=TERME_INDEP(i)
    if (ii.ne.0)then
        do 11 j=ii,i-1
            sum=sum-MAT_SIST(i,j)*TERME_INDEP(j)
11        continue
        else if (sum.ne.0.) then
            ii=i
        endif
        TERME_INDEP(i)=sum
12 continue
    do 14 i=DIM_MAT_REAL,1,-1
        sum=TERME_INDEP(i)
        do 13 j=i+1,DIM_MAT_REAL
            sum=sum-MAT_SIST(i,j)*TERME_INDEP(j)
13        continue
        TERME_INDEP(i)=sum/MAT_SIST(i,i)
14 continue
    return

END
```

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

```
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
c
c      SIMULACIÓ MATRIU LINIA TRANSMISSIÓ      c
c      juny'07                                c
c                                              c
c      SUPROGRAMA: ludcmp(a,n,np,indx,d)      c
c                                              c
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc

SUBROUTINE ludcmp()
IMPLICIT NONE
INCLUDE 'var.for'
INTEGER n,nnp,NMAX
DOUBLE PRECISION d,a(DIMMAT,DIMMAT),TINY
PARAMETER (NMAX=1000,TINY=1.0e-20)
INTEGER i,imax,j,k
DOUBLE PRECISION aamax,dum,sum
DOUBLE PRECISION vv(DIMMAT)

INTEGER index_fila,index_columna

n=DIMMAT
nnp=DIMMAT
DO index_fila=1,nnp
    DO index_columna=1,nnp
        a(index_fila,index_columna)=
&        MAT_SIST(index_fila,index_columna)
    END DO
END DO

d=1.
do 12 i=1,n
    aamax=0.
    do 11 j=1,n
        if (abs(a(i,j)).gt.aamax) aamax=abs(a(i,j))
11        continue
        if (aamax.eq.0.) THEN
            index_fila=i
            pause 'singular matrix in ludcmp'
        END IF
        vv(i)=1./aamax
12    continue
    do 19 j=1,n
        do 14 i=1,j-1
            sum=a(i,j)
            do 13 k=1,i-1
                sum=sum-a(i,k)*a(k,j)
13            continue
            a(i,j)=sum
14        continue
        aamax=0.
        do 16 i=j,n
            sum=a(i,j)
            do 15 k=1,j-1
                sum=sum-a(i,k)*a(k,j)
15            continue

```

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

```

        a(i,j)=sum
        dum=vv(i)*abs(sum)
        if (dum.ge.aamax) then
            imax=i
            aamax=dum
        endif
16      continue
        if (j.ne.imax)then
            do 17 k=1,n
                dum=a(imax,k)
                a(imax,k)=a(j,k)
                a(j,k)=dum
17      continue
            d=-d
            vv(imax)=vv(j)
        endif
        INDX(j)=imax
        if(a(j,j).eq.0.)a(j,j)=TINY
            if(j.ne.n)then
                dum=1./a(j,j)
                do 18 i=j+1,n
                    a(i,j)=a(i,j)*dum
18      continue
            endif
19      continue

        DO index_fila=1,nnp
            DO index_columna=1,nnp
                MAT_SIST(index_fila,index_columna)=
&                a(index_fila,index_columna)
            END DO
        END DO

        return

    END
```

## Annex C: Taules de valors per a les gràfiques

En aquest annex hi ha les taules amb els valors de les gràfiques que es troben el l'apartat 6. En tots els càlculs hem suposat que,  $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  F/m i  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m. A més totes les línies les hem fet de 12 malles.

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència ( $\mu$ W)	Tensió font (mV)	Tensió dren. (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	0,753	6,1	6,1
0,3	1,00E-09	1,11E-08	4,575	15,1	15,1
0,5	1,67E-09	6,68E-09	8,679	20,8	20,8
1	3,34E-09	3,34E-09	17,499	29,6	29,6
3	1,00E-08	1,11E-09	34,299	41,4	41,4
5	1,67E-08	6,68E-10	39,120	44,2	44,2
10	3,34E-08	3,34E-10	42,287	45,9	46,0
30	1,00E-07	1,11E-10	43,572	46,7	46,7
50	1,67E-07	6,68E-11	43,696	46,7	46,8
100	3,34E-07	3,34E-11	43,755	46,9	46,9
300	1,00E-06	1,11E-11	43,777	48,1	48,1
500	1,67E-06	6,68E-12	43,780	50,4	50,4

**Taula C.1:** Valors de la potència, la tensió en font i drenador del DTD per a una línia de transmissió ideal de 1,2  $\mu$ m de longitud i diferents valors de la impedància.

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència ( $\mu$ W)	Tensió font (mV)	Tensió dren. (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	0,008	0,64	0,64
0,3	1,00E-09	1,11E-08	0,074	1,9	1,9
0,5	1,67E-09	6,68E-09	0,202	3,1	3,1
1	3,34E-09	3,34E-09	0,762	6,1	6,1
3	1,00E-08	1,11E-09	4,632	15,0	15,0
5	1,67E-08	6,68E-10	8,836	20,6	20,6
10	3,34E-08	3,34E-10	18,093	29,1	29,3
30	1,00E-07	1,11E-10	37,274	41,5	42,0
50	1,67E-07	6,68E-11	43,911	46,4	47,1
100	3,34E-07	3,34E-11	49,810	59,1	60,8
300	1,00E-06	1,11E-11	55,508	141,3	152,6
500	1,67E-06	6,68E-12	57,851	241,2	266,8

**Taula C.2:** Valors de la potència, la tensió en font i drenador del DTD per a una línia de transmissió ideal de 12  $\mu$ m de longitud i diferents valors de la impedància.

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència ( $\mu$ W)	Tensió font (mV)	Tensió dren. (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	0,0001	0,11	0,09
0,3	1,00E-09	1,11E-08	0,0023	0,36	0,33
0,5	1,67E-09	6,68E-09	0,0035	0,53	0,47
1	3,34E-09	3,34E-09	0,127	2,4	2,4
3	1,00E-08	1,11E-09	0,894	6,3	6,2
5	1,67E-08	6,68E-10	1,572	8,3	8,2
10	3,34E-08	3,34E-10	7,595	18,1	17,7
30	1,00E-07	1,11E-10	26,566	33,8	33,3
50	1,67E-07	6,68E-11	41,586	47,7	46,8
100	3,34E-07	3,34E-11	65,290	93,9	91,1
300	1,00E-06	1,11E-11	35,469	330,2	296,4
500	1,67E-06	6,68E-12	39,353	557,1	501,8

**Taula C.3:** Valors de la potència, la tensió en font i drenador del DTD per a una línia de transmissió ideal de 120  $\mu$ m de longitud i diferents valors de la impedància.

En la taula C.1 es mostren els valors que hem trobat per la línia de 1,2  $\mu$ m sense pèrdues. En la taula C.2 tenim els valors per a la línia de 12  $\mu$ m sense pèrdues i en la taula C.3 tenim els valors per a la línia de 120  $\mu$ m sense pèrdues.

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència ( $\mu$ W)	Tensió font (mV)	Tensió dren. (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	0,753	6,1	6,1
0,3	1,00E-09	1,11E-08	4,575	15,1	15,1
0,5	1,67E-09	6,68E-09	8,679	20,8	20,8
1	3,34E-09	3,34E-09	17,499	29,6	29,6
3	1,00E-08	1,11E-09	34,299	41,4	41,4
5	1,67E-08	6,68E-10	39,120	44,2	44,2
10	3,34E-08	3,34E-10	42,287	45,9	46,0
30	1,00E-07	1,11E-10	43,572	46,7	46,7
50	1,67E-07	6,68E-11	43,696	46,7	46,8
100	3,34E-07	3,34E-11	43,755	46,9	46,9
300	1,00E-06	1,11E-11	43,777	48,1	48,1
500	1,67E-06	6,68E-12	43,780	50,4	50,4

**Taula C.4:** Valors de la potència, la tensió en font i drenador del DTD per a una línia de transmissió amb pèrdues de 1,2  $\mu$ m de longitud i diferents valors de la impedància.



Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència ( $\mu$ W)	Tensió font (mV)	Tensió dren. (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	0,008	0,64	0,64
0,3	1,00E-09	1,11E-08	0,074	1,9	1,9
0,5	1,67E-09	6,68E-09	0,202	3,1	3,1
1	3,34E-09	3,34E-09	0,762	6,1	6,1
3	1,00E-08	1,11E-09	4,632	15,0	15,0
5	1,67E-08	6,68E-10	8,836	20,6	20,6
10	3,34E-08	3,34E-10	18,093	29,1	29,3
30	1,00E-07	1,11E-10	37,274	41,5	42,0
50	1,67E-07	6,68E-11	43,911	46,4	47,1
100	3,34E-07	3,34E-11	49,810	59,1	60,8
300	1,00E-06	1,11E-11	55,508	141,3	152,6
500	1,67E-06	6,68E-12	57,851	241,2	266,8

**Taula C.5:** Valors de la potència, la tensió en font i drenador del DTD per a una línia de transmissió amb pèrdues de 12  $\mu$ m de longitud i diferents valors de la impedància.

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència ( $\mu$ W)	Tensió font (mV)	Tensió dren. (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	0,0001	0,11	0,09
0,3	1,00E-09	1,11E-08	0,0023	0,36	0,33
0,5	1,67E-09	6,68E-09	0,0035	0,53	0,47
1	3,34E-09	3,34E-09	0,127	2,4	2,4
3	1,00E-08	1,11E-09	0,894	6,3	6,2
5	1,67E-08	6,68E-10	1,572	8,3	8,2
10	3,34E-08	3,34E-10	7,595	18,1	17,7
30	1,00E-07	1,11E-10	26,566	33,8	33,3
50	1,67E-07	6,68E-11	41,586	47,7	46,8
100	3,34E-07	3,34E-11	65,290	93,9	91,1
300	1,00E-06	1,11E-11	35,469	330,2	296,4
500	1,67E-06	6,68E-12	39,353	557,1	501,8

**Taula C.6:** Valors de la potència, la tensió en font i drenador del DTD per a una línia de transmissió amb pèrdues de 120  $\mu$ m de longitud i diferents valors de la impedància.

Per la línia amb pèrdues tenim en la taula C.4 els valors per la línia de 1,2  $\mu$ m. En la taula C.5 es mostren els valors per a la línia de 12  $\mu$ m amb pèrdues i en la taula C.6 tenim els valors per a la línia de 120  $\mu$ m amb pèrdues.

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

En les taules C.7, C.8 C.9 i C.10 tenim els valors de potència i tensió de sortida per a una línia de 1,2  $\mu\text{m}$  sense pèrdues amb una resistència de sortida de 5, 10, 100 i 500  $\Omega$  respectivament.

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència sortida ( $\mu\text{W}$ )	Tensió sortida (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	17,198	2,9
0,3	1,00E-09	1,11E-08	33,616	4,1
0,5	1,67E-09	6,68E-09	38,460	4,4
1	3,34E-09	3,34E-09	41,827	4,6
3	1,00E-08	1,11E-09	43,426	4,7
5	1,67E-08	6,68E-10	43,633	4,7
10	3,34E-08	3,34E-10	43,760	4,7
30	1,00E-07	1,11E-10	43,829	4,9
50	1,67E-07	6,68E-11	43,841	5,1
100	3,34E-07	3,34E-11	43,850	6,1
300	1,00E-06	1,11E-11	43,856	12,2
500	1,67E-06	6,68E-12	43,857	19,2

**Taula C.7:** Valors de la potència i la tensió de sortida per a una línia de transmissió sense pèrdues de 1,2  $\mu\text{m}$  de longitud, resistència de càrrega de 5  $\Omega$  i diferents valors de la impedància.

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència sortida ( $\mu\text{W}$ )	Tensió sortida (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	8,575	4,1
0,3	1,00E-09	1,11E-08	23,599	6,9
0,5	1,67E-09	6,68E-09	31,258	7,9
1	3,34E-09	3,34E-09	38,460	8,8
3	1,00E-08	1,11E-09	42,730	9,2
5	1,67E-08	6,68E-10	43,302	9,3
10	3,34E-08	3,34E-10	43,633	9,4
30	1,00E-07	1,11E-10	43,796	9,5
50	1,67E-07	6,68E-11	43,823	9,6
100	3,34E-07	3,34E-11	43,841	10,2
300	1,00E-06	1,11E-11	43,853	14,8
500	1,67E-06	6,68E-12	43,855	21,1

**Taula C.8:** Valors de la potència i la tensió de sortida per a una línia de transmissió sense pèrdues de 1,2  $\mu\text{m}$  de longitud, resistència de càrrega de 10  $\Omega$  i diferents valors de la impedància.

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència sortida ( $\mu$ W)	Tensió sortida (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	0,200	6,3
0,3	1,00E-09	1,11E-08	1,555	17,6
0,5	1,67E-09	6,68E-09	3,485	26,4
1	3,34E-09	3,34E-09	8,575	41,4
3	1,00E-08	1,11E-09	23,599	68,7
5	1,67E-08	6,68E-10	31,258	79,0
10	3,34E-08	3,34E-10	38,460	87,7
30	1,00E-07	1,11E-10	42,730	92,4
50	1,67E-07	6,68E-11	43,303	93,1
100	3,34E-07	3,34E-11	43,633	93,6
300	1,00E-06	1,11E-11	43,796	94,7
500	1,67E-06	6,68E-12	43,823	96,2

**Taula C.9:** Valors de la potència i la tensió de sortida per a una línia de transmissió sense pèrdues de 1,2  $\mu$ m de longitud, resistència de càrrega de 100  $\Omega$  i diferents valors de la impedància.

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència sortida ( $\mu$ W)	Tensió sortida (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	0,008	6,3
0,3	1,00E-09	1,11E-08	0,072	18,9
0,5	1,67E-09	6,68E-09	0,200	31,7
1	3,34E-09	3,34E-09	0,753	61,3
3	1,00E-08	1,11E-09	4,534	150,5
5	1,67E-08	6,68E-10	8,575	207,0
10	3,34E-08	3,34E-10	17,198	293,2
30	1,00E-07	1,11E-10	33,616	409,8
50	1,67E-07	6,68E-11	38,460	438,4
100	3,34E-07	3,34E-11	41,827	457,2
300	1,00E-06	1,11E-11	43,426	466,3
500	1,67E-06	6,68E-12	43,633	468,0

**Taula C.10:** Valors de la potència i la tensió de sortida per a una línia de transmissió sense pèrdues de 1,2  $\mu$ m de longitud, resistència de càrrega de 500  $\Omega$  i diferents valors de la impedància.

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

En les taules C.11, C.12 C.13 i C.14 tenim els valors de potència i tensió de sortida per a una línia de 1,2  $\mu\text{m}$  sense pèrdues amb una resistència de sortida de 5, 10, 100 i 500  $\Omega$  respectivament.

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència sortida ( $\mu\text{W}$ )	Tensió sortida (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	2,523	5,9
0,3	1,00E-09	1,11E-08	4,894	7,6
0,5	1,67E-09	6,68E-09	5,555	8,0
1	3,34E-09	3,34E-09	6,007	8,3
3	1,00E-08	1,11E-09	6,225	8,4
5	1,67E-08	6,68E-10	6,254	8,4
10	3,34E-08	3,34E-10	6,268	8,4
30	1,00E-07	1,11E-10	6,258	8,5
50	1,67E-07	6,68E-11	6,234	8,5
100	3,34E-07	3,34E-11	6,156	8,7
300	1,00E-06	1,11E-11	5,692	9,9
500	1,67E-06	6,68E-12	5,126	11,4

**Taula C.11:** Valors de la potència i la tensió de sortida per a una línia de transmissió amb pèrdues de 1,2  $\mu\text{m}$  de longitud, resistència de càrrega de 5  $\Omega$  i diferents valors de la impedància.

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència sortida ( $\mu\text{W}$ )	Tensió sortida (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	1,322	5,9
0,3	1,00E-09	1,11E-08	2,794	7,9
0,5	1,67E-09	6,68E-09	3,259	8,4
1	3,34E-09	3,34E-09	3,593	8,8
3	1,00E-08	1,11E-09	3,759	8,9
5	1,67E-08	6,68E-10	3,780	8,9
10	3,34E-08	3,34E-10	3,792	8,9
30	1,00E-07	1,11E-10	3,789	9,0
50	1,67E-07	6,68E-11	3,777	9,0
100	3,34E-07	3,34E-11	3,739	9,1
300	1,00E-06	1,11E-11	3,509	10,1
500	1,67E-06	6,68E-12	3,221	11,5

**Taula C.12:** Valors de la potència i la tensió de sortida per a una línia de transmissió amb pèrdues de 1,2  $\mu\text{m}$  de longitud, resistència de càrrega de 10  $\Omega$  i diferents valors de la impedància.

Dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz: estudi de la propagació  
electromagnètica en les connexions

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència sortida ( $\mu$ W)	Tensió sortida (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	0,037	6,0
0,3	1,00E-09	1,11E-08	0,094	8,6
0,5	1,67E-09	6,68E-09	0,118	9,4
1	3,34E-09	3,34E-09	0,138	10,0
3	1,00E-08	1,11E-09	0,149	10,3
5	1,67E-08	6,68E-10	0,151	10,4
10	3,34E-08	3,34E-10	0,152	10,4
30	1,00E-07	1,11E-10	0,152	10,4
50	1,67E-07	6,68E-11	0,152	10,4
100	3,34E-07	3,34E-11	0,151	10,5
300	1,00E-06	1,11E-11	0,146	11,1
500	1,67E-06	6,68E-12	0,141	12,0

**Taula C.13:** Valors de la potència i la tensió de sortida per a una línia de transmissió amb pèrdues de 1,2  $\mu$ m de longitud, resistència de càrrega de 100  $\Omega$  i diferents valors de la impedància.

Impedància ( $\Omega$ )	Inductàncies (H/m)	Capacitats (F/m)	Potència sortida ( $\mu$ W)	Tensió sortida (mV)
0,1	3,34E-10	3,34E-08	0,0017	6,0
0,3	1,00E-09	1,11E-08	0,0044	8,7
0,5	1,67E-09	6,68E-09	0,0056	9,6
1	3,34E-09	3,34E-09	0,0066	10,3
3	1,00E-08	1,11E-09	0,0072	10,6
5	1,67E-08	6,68E-10	0,0073	10,7
10	3,34E-08	3,34E-10	0,0073	10,7
30	1,00E-07	1,11E-10	0,0073	10,7
50	1,67E-07	6,68E-11	0,0073	10,7
100	3,34E-07	3,34E-11	0,0073	10,8
300	1,00E-06	1,11E-11	0,0071	11,3
500	1,67E-06	6,68E-12	0,0069	12,1

**Taula C.14:** Valors de la potència i la tensió de sortida per a una línia de transmissió amb pèrdues de 1,2  $\mu$ m de longitud, resistència de càrrega de 500  $\Omega$  i diferents valors de la impedància.

## Referències bibliogràfiques

- [1] <http://www.intel.com>
- [2] D. J. Frank, et al., “*Device scaling limits of Si MOSFETs and their applications dependencies*”, Proceedings of the IEEE, vol 89, n° 3, març 2001.
- [3] N. H. E. Weste, K. Eshragian. “*Principles of CMOS VLSI design: a systems perspective*”, Addison-Wesley. 2a Edició, Reading (Massachussets), 1993.
- [4] R.L. Geiger, P. E. Allen, N. R. Strader “*VLSI. Design techniques for analog and digital circuits*”, McGraw-Hill, New York, 1990.
- [5] J. P. Uyemura. “*Principles of MOS integrated circuits*”, Addison-Wesley. 1988.
- [6] Y. Taur, et al., “*CMOS scaling into nometer regime*”, Proceedings of the IEEE, vol 85, n° 4, març 1997.
- [7] H. S. P. Wong, “*Beyond the conventional transistor*”, IBM Lournal of Research and Development, Scaling CMOs to the limit, vol 46 n° 2/3, pàgines 133-168,març/maig 2002.
- [8] G. P. Williams, “*Filling the THz gap-high power sources and applications*”, Institute of Physics Publishing, Reports on Progress in Physics, n° 69, pàgines 301-326, 2006
- [9] X. Oriols, A. Alarcón, L. Baella, “*Dynamically modulated tunneling for multipurpose electron devices: Application to THz frequency multiplications*”, Solid State Electronics (pendent de publicar-se)
- [10] Patent pendent
- [11] W. Hafez, M. Feng. “*Experimental demonstration of pseudomorphic heterojunction bipolar transistors with cutoff frequencies above 600 GHz*”, Applied Physical Letters, vol. 86, n° 15, 2005.
- [12] J. R. Reitz, F. J. Milford, R. W. Christy, “*Fundamentos de la Teoría Electromagnética*”, Addison-Wesley, 1987.
- [13] P. Lorrain, D. R. Corson, “*Campos y Ondas Electromagnéticos*”, Selecciones Científicas, 1990.
- [14] D. M. Pozar, “*Microwave Engineering*”, Addison-Wesley, 1990.

## **Resum**

Per altes freqüències, les connexions poden tenir un paper rellevant. Degut a que la velocitat de propagació dels senyals electromagnètics,  $c$ , en el cable no és infinita, el voltatge i el corrent al llarg del cable varien amb el temps. Per tant, amb l'objectiu de reproduir el comportament elèctric de dispositius nanoelectrònics a freqüències de THz, en aquest treball hem estudiat la regió activa del dispositiu nanoelectrònic i les seves connexions, en un sistema global complex.

Per aquest estudi hem utilitzat un nou concepte de dispositiu anomenat Driven Tunneling Device (DTD). Per les connexions, hem plantejat el problema a partir de tot el conjunt de les equacions de Maxwell, ja que per a les freqüències i longituds de cable considerats, la contribució del camp magnètic és també important. En particular, hem suposat que la propagació que és dona en el cable és un propagació transversal electromagnètica (TEM). Un cop definit el problema hem desenvolupat un programa en llenguatge FORTRAN que amb l'algoritme de diferències finites soluciona el sistema global.

La solució del sistema global s'ha aplicat a una configuració particular de DTD com a multiplicador de freqüència per tal de discutir quins paràmetres de les connexions permet maximitzar la potència real que pot donar el DTD.

## **Abstract**

For high frequencies, the connections could have an important role. As the propagation velocity of the electromagnetic signals,  $c$ , in the cable isn't infinite, the voltage and the current in the cable change with time. In this document, we have study the device active region and its connections with the purpose to repeat the electric behavior of nanoelectronic devices at THz frequencies.

We have use a new concept of device called Driven Tunneling Device (DTD) in our study. We have set out the problem in the connections with the whole set of Maxwell equations, because for frequencies and cable lengths we consider, the magnetic field contribution is also important. In special, we have supposed the propagation in the cable is a electromagnetic transversal propagation. After we have developed a program in FORTRAN with the finite difference algorithm that solves the whole system.

The whole system solution have been applied in a particular configuration of DTD like a frequency multiplication with the propose to study the parameters can provide the maximum real power that DTD could be delivered.



## **Resumen**

Para altas frecuencias, las conexiones pueden tener un papel importante. Debido a que la velocidad de propagación de las señales electromagnéticas,  $c$ , en el cable no es infinita, la tensión y la corriente en el cable varían con el tiempo. Por tanto, con el objetivo de reproducir el comportamiento eléctrico de dispositivos nanoelectrónicos a frecuencias de THz, en este trabajo hemos estudiado la región activa del dispositivo nanoelectrónico y sus conexiones, en un sistema global complejo.

Para este estudio hemos utilizado un nuevo concepto de dispositivo llamado Driven Tunneling Device (DTD). Para las conexiones, hemos planteado el problema a partir de todo el conjunto de ecuaciones de Maxwell, ya que para las frecuencias y longitudes de cable considerados, la contribución del campo magnético también es importante. En particular, hemos supuesto que en el cable tenemos propagación transversal electromagnética (TEM). Una vez definido el problema a tratar hemos desarrollado un programa en lenguaje FORTRAN que con el algoritmo de diferencias finitas soluciona el sistema global.

La solución del sistema global ha sido aplicada a una configuración particular de DTD como multiplicador de frecuencia con el fin de discutir que parámetros de las conexiones permiten maximizar la potencia real que puede dar el DTD.